

# **ANÁLISE PRELIMINAR DO COMPORTAMENTO DOS TMDs INSTALADOS NA PONTE PEDONAL SOBRE O RIO AVE EM SANTO TIRSO**

**ANDRÉ RODRIGUES CRUZ**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor Carlos Manuel Ramos Moutinho

JULHO DE 2013

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2012/2013**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ [miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ [feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2012/2013 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

Aos meus Pais e Irmão

*O Homem não é uma inutilidade num mundo feito, mas obreiro de um mundo a fazer.*

*Leonardo Coimbra*



## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de expressar os meus profundos e sinceros agradecimentos a todas as pessoas que estiveram, direta ou indiretamente, ligados a este trabalho e a todo o meu percurso académico que agora finalizo. De entre todas as pessoas gostaria de agradecer de forma especial:

- Ao Professor Carlos Moutinho, pela extrema disponibilidade, dedicação e orientação dados neste último semestre. Estou certo que com a sua ajuda e conhecimento estarei melhor preparado para a minha vida profissional futura.
- À Professora Elsa Caetano, pelos dados facultados relativamente à ponte de Santo Tirso.
- Aos meus pais, por me terem proporcionado todo o apoio necessário para que alcançasse com sucesso os meus objetivos e ao meu irmão pelo apoio e compreensão demonstrados.
- Ao João Rocha e ao Rui Antão, pela ajuda em pequenos pormenores tidos em conta na modelação numérica da ponte.
- À Arianas, por ter estado presente nos bons e maus momentos ao longo deste percurso académico. O seu apoio e motivação foram importantes na concretização deste trabalho.
- A todos os amigos que conheci na FEUP, principalmente os que me acompanharam neste último ano.



## **RESUMO**

No presente trabalho é apresentado um estudo das vibrações ocorridas na nova Ponte Pedonal sobre o Rio Ave em Santo Tirso, tendo como ponto de vista a sua análise após a aplicação de amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

Inicialmente, começa-se por efetuar uma descrição relativa às ações dos peões, caracterizando a sua função de carga em corrida e a resposta da estrutura quando solicitada por essa mesma ação, bem como uma abordagem aos sistemas de controlo de vibrações, focando-se o dimensionamento e funcionamento dos TMDs.

De seguida, procede-se à caracterização da ponte em estudo, descrevendo a sua geometria e propriedades mecânicas e dinâmicas que serviram para a realização de um modelo de elementos finitos, validado através dos ensaios experimentais levados a cabo pelo Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP (ViBEST).

Por último, é determinada a resposta estrutural através de um código MATLAB desenvolvido de acordo com a Teoria de Espaço de Estado. Com os dados obtidos na monitorização da estrutura, procede-se à sua comparação com os resultados numéricos.

**PALAVRAS-CHAVE:** vibração, TMD, estrutura metálica, ponte pedonal, peão.





## **ABSTRACT**

This work presents a study relating to vibrations which occurred on the new Footbridge over the river Ave in Santo Tirso, taking into account this analysis after the application of tuned mass dampers (TMDs).

Initially, a description of pedestrians' loads, characterizing its load functions in running and the response of the structure when submitted to the same action is made, as well as an approach to vibration control systems, focusing on the design and operation of TMDs.

Secondly, the footbridge in study is characterized by describing its geometry and mechanical and dynamic properties that were used for the conception of a finite element model, validated through the experimental tests conducted by FEUP's Laboratory of Vibrations and Structural Monitoring (ViBEST).

Finally, the structural response is determined by a MATLAB code developed according to State Space Theory. A comparison is performed between the structure's monitoring data and the numeric results.

**KEYWORDS:** vibration, TMD, metallic structure, footbridge, pedestrian.



## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	i
RESUMO .....	iii
ABSTRACT .....	v
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....	1
1.2. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO .....	1
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	1
<b>2. ESTADO DA ARTE .....</b>	<b>3</b>
2.1. INTRODUÇÃO .....	3
2.2. CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES .....	3
2.2.1. AVALIAÇÃO DAS FORÇAS DINÂMICAS EXERCIDAS PELOS PEÕES .....	3
2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO EXERCIDA PELOS PEÕES INDIVIDUAIS EM CORRIDA .....	6
2.3. LIMIARES DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIS .....	8
2.4. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS .....	9
2.4.1. MÉTODO DA SOBREPOSIÇÃO MODAL .....	9
2.4.2. TEORIA DE ESPAÇO DE ESTADO .....	10
2.5. CONTROLO DE VIBRAÇÕES .....	12
2.5.1. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO .....	12
2.5.2. AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADA (TMDs) EM ESTRUTURAS COM AMORTECIMENTO .....	14
2.5.3. PARÂMETROS DINÂMICOS APÓS A INSTALAÇÃO DE TMDs .....	19
<b>3. A PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO .....</b>	<b>21</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	21
3.2. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA E MECÂNICA .....	22
3.2.1. GEOMETRIA .....	22
3.2.2. FUNDAÇÕES .....	24
3.2.3. MATERIAIS .....	25
3.3. PROPRIEDADES DINÂMICAS .....	25

3.3.1. METODOLOGIA .....	25
3.3.2. MODELO DO PROJETO .....	25
3.3.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL.....	28
3.3.3.1. Ensaio de Vibração Ambiental.....	28
3.3.3.2. Ensaio de Vibração Livre .....	32
3.4. CARACTERIZAÇÃO DOS TMDs INSTALADOS .....	35
3.5. CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA DE MONITORIZAÇÃO DINÂMICO .....	38

## **4. MODELO NUMÉRICO DA PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO .....**

**41**

4.1. INTRODUÇÃO .....	41
4.2. ASPETOS GERAIS DA MODELAÇÃO .....	41
4.3. VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO .....	47

## **5. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO .....**

**49**

5.1. INTRODUÇÃO .....	49
5.2. ANÁLISE DA AÇÃO INDUZIDA PELO PEÃO EM CORRIDA NA ESTRUTURA SEM TMDs .....	49
5.3. ANÁLISE DA AÇÃO INDUZIDA PELO PEÃO EM CORRIDA NA ESTRUTURA COM TMDs .....	52
5.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....	55
5.5. ANÁLISE DO MOMENTO DE ACIONAMENTO DOS TMDs .....	62

## **6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....**

**65**

6.1. CONCLUSÕES .....	65
6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....	66

BIBLIOGRAFIA .....	67
--------------------	----

ANEXOS .....	71
--------------	----

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Funções de carga de um passo em caminhada nas direções vertical, lateral e longitudinal [2].....	4
Fig. 2.2 – Situações correspondentes aos máximos da função de carga em caminhada na direção vertical [4] .....	4
Fig. 2.3 – Relação entre a frequência da passada e os diferentes parâmetros definidos por Wheeler para caracterizar a ação do peão [2] .....	5
Fig. 2.4 – Funções de carga para diferentes tipos de movimento do peão proposto por Wheeler [2] ....	5
Fig. 2.5 – Funções densidade de probabilidade da frequência obtidas pelo SYNPEX [2] .....	6
Fig. 2.6 – Função de carga em corrida de acordo com Bachmann, para $G = 700N$ e $f_p = 3,0Hz$ .....	7
Fig. 2.7 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmónicos para a carga em corrida [1] .....	8
Fig. 2.8 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoso [4] .....	12
Fig. 2.9 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoelástico [4] .....	13
Fig. 2.10 – Esquema de funcionamento de um amortecedor friccional [4] .....	13
Fig. 2.11 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de líquido sintonizado (TLD) [4] .....	13
Fig. 2.12 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de massa sintonizada (TMD) [4] .....	14
Fig. 2.13 – TMDs na Ponte Pedro e Inês em Coimbra [14] .....	14
Fig. 2.14 – Esquema de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento [4] .....	15
Fig. 2.15 – Amplitude do movimento da massa $m_1$ para $\xi_1=1\%$ , $\mu=0.20$ e $q=0.85$ adotando diferentes coeficientes de amortecimento do TMD.....	16
Fig. 2.16 – Amplitude do movimento da massa $m_1$ para $\xi_1=10\%$ , $\mu=0.20$ e $q=0.85$ adotando diferentes coeficientes de amortecimento do TMD.....	16
Fig. 2.17 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal [4] .....	17
Fig. 2.18 – Curvas para determinação do valor ótimo de $q$ [4] .....	18
Fig. 2.19 – Curvas para determinação do valor ótimo de $\xi_2$ [4] .....	18
Fig. 2.20 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional [4] .....	19
Fig. 3.1 – Mapa com pormenor da localização da ponte [13] .....	21
Fig. 3.2 – Representação da ponte pedonal em alçado [14] .....	22
Fig. 3.3 – Representação da ponte pedonal em planta [14] .....	22
Fig. 3.4 – Vista geral da ponte pedonal .....	22
Fig. 3.5 – Secções transversais dos perfis metálicos usados: HEB600 (a), HEA450 soldado a cantoneiras L200x100x10 (b), HEA450 (c), HEB300 (d) e RHS150x100x4 (e) [11] .....	23
Fig. 3.6 – Representação da carlinga tipo 2 [11] .....	23

Fig. 3.7 – Representação da carlinga tipo 1 [11].....	24
Fig. 3.8 – Representação das fundações da ponte na margem direita do Rio Ave [11].....	24
Fig. 3.9 – Representação das fundações da ponte na margem esquerda do Rio Ave [11] .....	24
Fig. 3.10 – Modelo de cálculo desenvolvido pela SOPSEC [11] .....	26
Fig. 3.11 – Esquema das secções instrumentadas para o ensaio de vibração ambiental [15] .....	28
Fig. 3.12 – Sismógrafo sincronizado por GPS utilizado no ensaio de vibração ambiental [16].....	29
Fig. 3.13 – Espectros de potência médios referentes a cada conjunto de medições [15].....	29
Fig. 3.14 – Valores singulares médios resultantes da aplicação do método EFDD [15] .....	30
Fig. 3.15 – Diagrama de estabilização correspondente à aplicação do método SSI [15].....	30
Fig. 3.16 – Configuração do 1º modo de vibração [15] .....	31
Fig. 3.17 – Configuração do 2º modo de vibração [15] .....	31
Fig. 3.18 – Configuração do 3º modo de vibração [15] .....	31
Fig. 3.19 – Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco alinhado com o eixo da ponte [15].....	32
Fig. 3.20 – Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco na extremidade do arco [15].....	32
Fig. 3.21 – Operação de suspensão e corte do bloco durante os ensaios de vibração livre [15].....	33
Fig. 3.22 – Resposta da estrutura aquando da libertação do bloco suspenso na extremidade do arco [15].....	33
Fig. 3.23 – Resposta da estrutura aquando da excitação induzida pelo salto de um peão com frequência de 2,65Hz [15].....	34
Fig. 3.24 – Localização dos TMDs instalados na ponte pedonal [16].....	35
Fig. 3.25 – Unidade do TMD da secção de quarto de vão [16] .....	36
Fig. 3.26 – Unidade do TMD da secção de meio vão [16] .....	36
Fig. 3.27 – Instalação dos TMDs na ponte pedonal [16].....	37
Fig. 3.28 – Instalação de uma unidade do TMD da secção de quarto de vão [16].....	37
Fig. 3.29 – Esquema da localização dos acelerómetros e sensores de temperatura .....	38
Fig. 3.30 – Caixa metálica do sistema de aquisição de dados [17] .....	39
Fig. 3.31 – Localização da caixa de observação [17] .....	39
Fig. 4.1 – Vista geral do modelo de elementos finitos da Ponte de Santo Tirso.....	41
Fig. 4.2 – Modelação da laje de tabuleiro e da carlinga extrema.....	42
Fig. 4.3 – Ligações entre a laje e as longarinas exterior e central.....	42
Fig. 4.4 – Pormenor das ligações nas extremidades da ponte .....	43
Fig. 4.5 – Pormenor dos contraventamentos do arco e dos montantes .....	43
Fig. 4.6 – Alçado da ponte com representação dos apoios .....	44

Fig. 4.7 – Planta da ponte com representação da malha de elementos finitos da laje .....	44
Fig. 4.8 – Alçado e planta da configuração do 1º modo de vibração do modelo .....	45
Fig. 4.9 – Alçado e planta da configuração do 2º modo de vibração do modelo .....	45
Fig. 4.10 – Alçado e planta da configuração do 3º modo de vibração do modelo .....	45
Fig. 4.11 – Alçado e planta da configuração do 4º modo de vibração do modelo .....	45
Fig. 4.12 – Alçado e planta da configuração do 5º modo de vibração do modelo .....	46
Fig. 4.13 – Alçado e planta da configuração do 6º modo de vibração do modelo .....	46
Fig. 4.14 – Alçado e planta da configuração do 7º modo de vibração do modelo .....	46
Fig. 4.15 – Alçado e planta da configuração do 8º modo de vibração do modelo .....	46
Fig. 4.16 – Alçado e planta da configuração do 9º modo de vibração do modelo .....	47
Fig. 4.17 – Alçado e planta da configuração do 10º modo de vibração do modelo .....	47
Fig. 5.1 – Esquema da localização da carga pontual dinâmica .....	50
Fig. 5.2 – Função semi-sinusoidal da carga do peão em corrida .....	50
Fig. 5.3 – Deslocamento na secção de meio vão para uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração determinado pela integração de Duhamel .....	51
Fig. 5.4 – Deslocamento na secção de meio vão para uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração determinado pela Teoria de Espaço de Estado .....	51
Fig. 5.5 – Amplitude do movimento da estrutura com e sem TMD em função do rácio de frequências ( $r_1$ ) .....	53
Fig. 5.6 - Função semi-sinusoidal da carga do peão para a frequência de 2,50Hz .....	53
Fig. 5.7 - Função semi-sinusoidal da carga do peão para a frequência de 3.00Hz .....	54
Fig. 5.8 – Resposta em acelerações da estrutura à carga semi-sinusoidal de frequência 2,50Hz .....	54
Fig. 5.9 – Resposta em acelerações da estrutura à carga semi-sinusoidal de frequência 3,00Hz .....	55
Fig. 5.10 – Acelerações registadas no tabuleiro e nos TMDs na secção de meio vão no dia 12 de dezembro de 2012 .....	55
Fig. 5.11 – Curva da diferença de fase da resposta em função do rácio de frequências .....	56
Fig. 5.12 – Curva da aceleração relativa em função do rácio de frequências .....	57
Fig. 5.13 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase e medições experimentais dos TMDs .....	57
Fig. 5.14 - Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	58
Fig. 5.15 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para um aumento de 5% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	59
Fig. 5.16 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para um aumento de 2% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	59

Fig. 5.17 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 5% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	60
Fig. 5.18 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 10% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	60
Fig. 5.19 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 10% da frequência inicial e um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	61
Fig. 5.20 – Curva teórica da aceleração relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 5% da frequência inicial e um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais .....	61
Fig. 5.21 – Representação dos dados recolhidos da aceleração relativa entre o TMD4 e a estrutura e a sua aproximação linear.....	62
Fig. 5.22 – Representação dos dados recolhidos da aceleração relativa entre o TMD5 e a estrutura e a sua aproximação linear.....	63



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Classes de conforto em função da aceleração máxima do tabuleiro [2, 5] .....	9
Tabela 3.1 – Pesos volúmicos dos materiais [11].....	25
Tabela 3.2 – Frequências dos modos de vibração calculadas pelo projetista [11] .....	26
Tabela 3.3 – Massas modais e respetivas componentes modais máximas obtidas no projeto [11] .....	28
Tabela 3.4 – Comparação entre as frequências naturais calculadas em projeto e medidas nos ensaios e coeficientes de amortecimento modais [15].....	31
Tabela 3.5 – Frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais identificados em projeto e através dos diferentes ensaios realizados [15].....	34
Tabela 3.6 – Resultados mais gravosos da análise realizada pelo projetista [17] .....	35
Tabela 3.6 – Características dos TMDs [16] .....	36
Tabela 4.1 – Características dos modos de vibração obtidos no cálculo por elementos finitos .....	44
Tabela 4.2 – Comparação das frequências dos ensaios com as do modelo .....	47
Tabela 5.1 – Características modais do 3º modo de vibração .....	51
Tabela 5.2 – Características dos TMDs da secção de meio vão.....	52
Tabela 5.3 – Diferença de fase e aceleração relativa para diferentes valores do rácio de frequências ( $r_1$ ).....	56







# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

As vibrações induzidas pela passagem de peões em pontes pedonais conduzem, muitas vezes, a estudos dinâmicos para avaliar o nível de conforto da estrutura proporcionado ao seu utilizador e a estudos para aferir a necessidade de implementação de sistemas de controlo dessas vibrações.

No caso da ponte sobre o Rio Ave em Santo Tirso, estrutura em estudo na presente dissertação, os estudos realizados pelo Laboratório de Vibrações e Monitorização da FEUP (ViBEST) concluíram que a estrutura seria vulnerável a níveis de vibração ocasionados pela passagem em andamento ou corrida dos peões. Assim, foram instalados quatro amortecedores de massa sintonizada (TMDs) no sentido de atenuar a resposta dinâmica da estrutura. Para monitorizar os níveis de vibração foi instalado um sistema de monitorização constituído por sete acelerómetros e quatro sensores de temperatura.

### 1.2. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho tem por base a ponte pedonal sobre o Rio Ave em Santo Tirso e debate-se sobre a análise do desempenho e da atenuação produzida pelos TMDs quando existem vibrações elevadas geradas pela passagem de peões. Para realizar este estudo será realizada uma análise aos dados medidos nos meses antecedentes ao início do presente trabalho que servirão de comparação com os resultados obtidos por um modelo numérico da ponte. Este modelo será validado de acordo com os resultados dos ensaios experimentais levados a cabo pelo ViBEST.

Adicionalmente será desenvolvido um código em linguagem MATLAB para a determinação da resposta da estrutura antes e depois da aplicação de TMDs.

### 1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A presente dissertação encontra-se dividida em 6 capítulos.

No segundo capítulo é realizado um levantamento da investigação efetuada sobre a ação dos peões bem como a resposta estrutural e esse tipo de ações dinâmicas. Também é elaborada uma descrição das metodologias de identificação experimental dos parâmetros dinâmicos de uma estrutura bem como da sua monitorização. Para finalizar, apresentam-se os diferentes tipos de controlo de vibrações aplicáveis a pontes pedonais, detalhando o funcionamento e dimensionamento dos amortecedores de massas sintonizadas (TMDs).

No terceiro capítulo faz-se uma caracterização da Ponte Pedonal em Santo Tirso descrevendo as suas propriedades geométricas, mecânicas e dinâmicas, analisando o seu comportamento dinâmico através do trabalho realizado pelo projetista e pelos ensaios experimentais realizados pelo ViBEST.

No quarto capítulo apresenta-se a modelação numérica realizada, detalhando pormenores que influenciam a aproximação à realidade. É ainda concretizada uma comparação das propriedades dinâmicas do modelo com as obtidas nos ensaios experimentais.

No quinto capítulo procede-se ao estudo do comportamento dinâmico da ponte. O estudo incide nas vibrações na direção vertical relativas ao modo crítico em corrida, o terceiro modo de vibração. Esta análise divide-se em duas fases, uma em que a estrutura está sem TMDs e outra na qual lhe estão aplicados os TMDs, que servirão de base para uma comparação com os resultados obtidos na monitorização. Além deste estudo é realizado um outro que incide na análise do momento a partir do qual os TMDs entram em funcionamento.

Por último, sintetizam-se, no sexto capítulo, as conclusões do trabalho, nomeadamente os resultados das análises realizadas, e indicam-se possíveis desenvolvimentos futuros relativos ao tema abordado.

# 2

## ESTADO DA ARTE

### 2.1. INTRODUÇÃO

A dinâmica de estruturas é uma disciplina que tem tido um especial enfoque e desenvolvimento na Engenharia Civil, quer a nível dos métodos de dimensionamento, quer da sua monitorização.

Em pontes pedonais uma das ações dinâmicas é a ação dos peões que, apesar de ser de baixa intensidade para provocar instabilidade estrutural, pode originar vibrações que causam desconforto ou mal-estar para os seus utilizadores.

Neste capítulo, pretende-se demonstrar a investigação realizada relativamente ao tema da ação dos peões em estruturas de Engenharia Civil, tendo sempre como objetivo final o caso das pontes pedonais, mas também os meios para controlar as vibrações quando são excessivas em termos de conforto humano. Também serão abordados alguns procedimentos experimentais para a caracterização do comportamento dinâmico de estruturas, assim como da sua monitorização.

### 2.2. CARATERIZAÇÃO DA AÇÃO DOS PEÕES

#### 2.2.1. AVALIAÇÃO DAS FORÇAS DINÂMICAS EXERCIDAS PELOS PEÕES

As estruturas de Engenharia Civil estão sujeitas a dois grandes tipos de ações, as estáticas e as dinâmicas. A ação dos peões, por se caracterizar por ter variações significativas ao longo do tempo, grandeza ou ponto de aplicação, originando forças de inércia e amortecimento importantes no estudo do comportamento dinâmico da estrutura, encontra-se no segundo tipo [1]. Neste caso, a ação dos peões é caracterizada por ser uma ação periódica que se repete num certo intervalo de tempo relativamente constante.

Foram vários os estudos levados a cabo para tentar compreender e caracterizar os efeitos da passagem de peões nas estruturas, nos quais se enquadram os ensaios realizados através de células de carga dispostas num pavimento rígido e estacionário que permitem obter os registos temporais da solicitação [2] e as investigações realizadas na área da Biomecânica para perceber as diferenças no movimento entre peões saudáveis e peões com doenças [3].

Apesar do movimento do peão induzir forças verticais e horizontais (nas direções longitudinal e transversal), a componente vertical foi a mais estudada, visto que a sua grandeza é substancialmente superior em relação às outras. Estas diferentes forças são traduzidas em funções de carga, ou seja, diagramas que traduzem a evolução temporal da força imposta pelo peão na estrutura [2]. A Figura 2.1 mostra os registos para as diferentes componentes da força induzida pelo peão em caminhada. O facto

de o contacto do pé com o solo se dar em dois momentos, correspondentes ao momento em que o calcanhar contacta o solo e ao momento em que é a biqueira do pé a fazê-lo, está relacionado com a existência de dois máximos na função de carga vertical (Figura 2.2) [2].

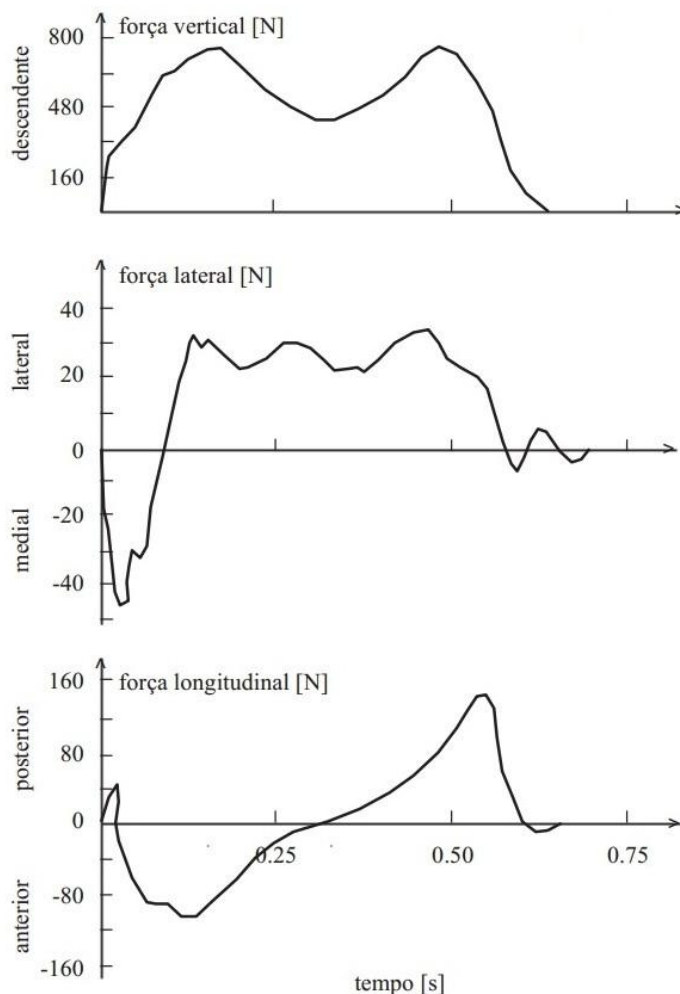


Fig. 2.1 – Funções de carga de um passo em caminhada nas direções vertical, lateral e longitudinal [2]



Fig. 2.2 – Situações correspondentes aos máximos da função de carga em caminhada na direção vertical [4]

Wheeler definiu diferentes parâmetros que influenciam a função de carga, como é o caso da frequência e do comprimento da passada, da velocidade de movimento, do fator de amplificação dinâmica da carga e do tempo de contacto do pé com o pavimento. Tendo como base a frequência da passada



estabeleceu diferentes correlações entre os outros parâmetros. Estas conclusões estão expressas na Figura 2.3 [2].

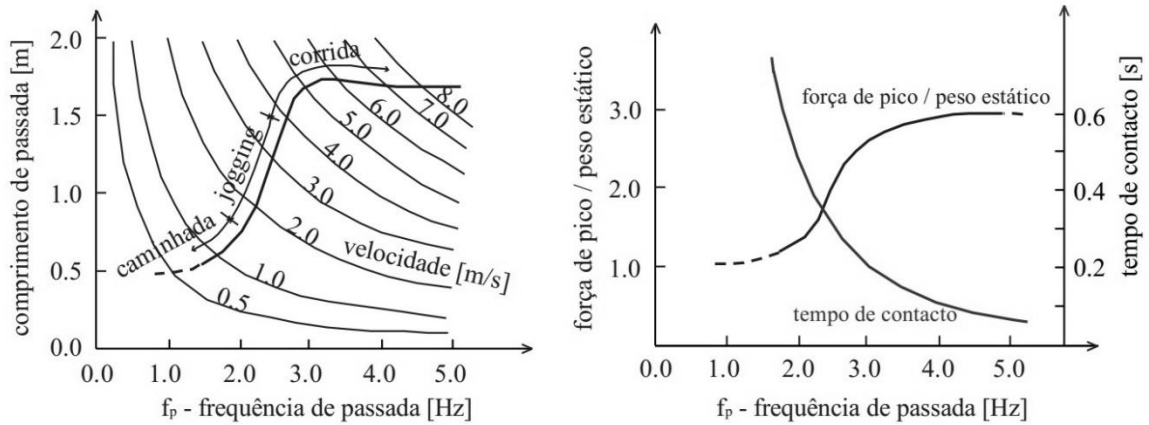


Fig. 2.3 – Relação entre a frequência da passada e os diferentes parâmetros definidos por Wheeler para caracterizar a ação do peão [2]

Além dos parâmetros acima referidos, Wheeler concluiu ainda que a função de carga do movimento do peão depende também do modo de andamento do mesmo. Assim, enquanto que no movimento correspondente ao andar o contacto do pé com o solo é contínuo, traduzindo-se numa função contínua, no movimento correspondente à corrida o contacto do pé dá-se num período de tempo muito pequeno, traduzindo-se numa função descontínua com um único pico. Esta função traduz ainda um fator de impacto dinâmico mais elevado, ou seja, um maior valor do quociente entre o valor máximo da força aplicada e o peso do peão [2]. A Figura 2.4 apresenta as diferentes funções de carga para cada tipo de movimento.

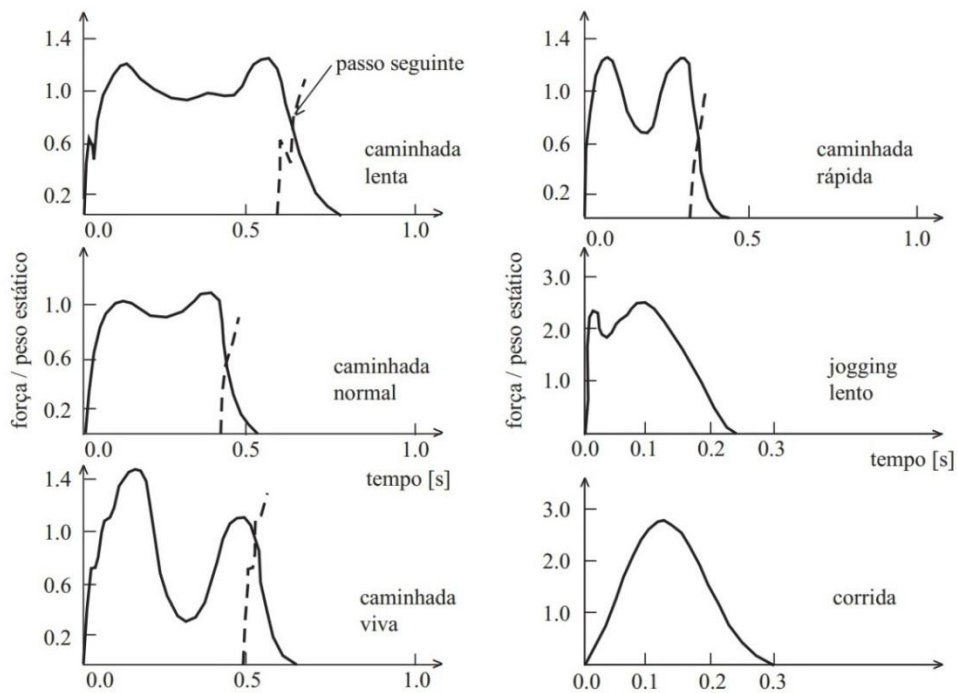


Fig. 2.4 – Funções de carga para diferentes tipos de movimento do peão proposto por Wheeler [2]

Através destes estudos Wheeler pôde estabelecer um intervalo de valores para as frequências dos diversos tipos de andamento do peão, isto é, entre 1,7Hz para a caminhada lenta e 3,2Hz para a corrida rápida, sendo que a caminhada normal toma o valor de 2,0Hz. Estes valores foram validados por Matsumoto que, através de um estudo estatístico, obteve para a caminhada normal uma distribuição gaussiana com o valor médio de 2,0Hz e um desvio-padrão de 0,18Hz [4]. Mais recentemente, um estudo realizado pelo projeto SYNPEX [5] concluiu que a média de frequências se situava nos 1,8Hz, um pouco inferior a 2,0Hz, sendo que os resultados são sensíveis a diferentes variações no tipo de população analisada [2]. As funções densidade de probabilidade da frequência obtidas por este estudo são expostas na Figura 2.5.

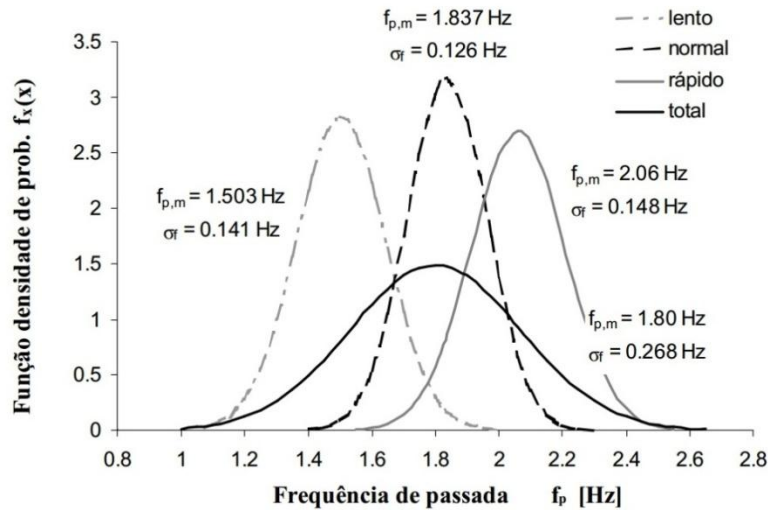


Fig. 2.5 – Funções densidade de probabilidade da frequência obtidas pelo SYNPEX [2]

### 2.2.2. MODELAÇÃO DA AÇÃO EXERCIDA PELOS PEÕES INDIVIDUAIS EM CORRIDA

Neste trabalho apenas se vão realizar estudos envolvendo a ação da corrida, pelo que de seguida se indica como esta ação em particular pode ser modelada.

Bachmann e Ammann [1] caracterizaram a função de carga para o peão em corrida por impulsos semi-sinusoidais, visto que a mesma é descontínua e só apresenta um máximo. A função de carga proposta por estes dois autores é a dada por:

$$F_p(t) = \begin{cases} K_p \cdot G \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{t}{t_c}\right) & t \leq t_c \\ 0 & t_c < t \leq T_p \end{cases} \quad (2.1)$$

onde  $K_p$  é o fator de impacto dinâmico, ou seja, o quociente entre o valor máximo da carga aplicada ( $F_{p,max}$ ) e o peso do peão ( $G$ ),  $t_c$  é o tempo de contacto do pé com o solo e  $T_p$  o período da passada.

O tempo de contacto  $t_c$  pode ser determinado através do ábaco proposto por Wheeler (Figura 2.3) ou, alternativamente, pela seguinte expressão obtida pelo ajuste do ábaco de Wheeler, proposta por Alves [2]:

$$t_c = \frac{2}{f_p^{2,13}} \quad (2.2)$$

em que  $f_p$  é a frequência da passada.

O valor do fator de impacto dinâmico  $K_p$  pode ser dado pela expressão [4]:

$$K_p = \frac{\pi}{2f_p t_c} \quad (2.3)$$

Na Figura 2.6 apresenta-se a função de carga semi-sinusoidal em corrida proposta por Bachmann e Ammann para o caso em que  $G = 700\text{N}$  e  $f_p = 3,0\text{Hz}$ .

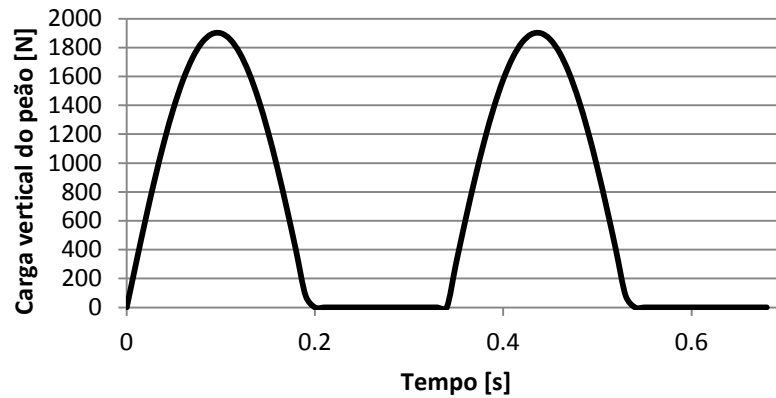


Fig. 2.6 – Função de carga em corrida de acordo com Bachmann, para  $G = 700\text{N}$  e  $f_p = 3,0\text{Hz}$

Por ser uma ação periódica, a função de carga para a corrida pode ainda ser descrita através de um desenvolvimento em série de Fourier, dado pela expressão:

$$F_p(t) = G \cdot \left[ 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \cdot \cos\left(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot \left(t - \frac{t_c}{2 \cdot i}\right)\right) \right] \quad (2.4)$$

em que  $\alpha_i$  é o coeficiente de Fourier do  $i$ -ésimo harmónico e  $i$  é o número de ordem dos termos da série.

Bachmann e Ammann [1] sugerem o uso dos primeiros quatro harmónicos, sendo os respectivos coeficientes de Fourier obtidos através do ábaco da Figura 2.7 e que dependem da relação entre o tempo de contacto  $t_c$  e o período da passada  $T_p$ .

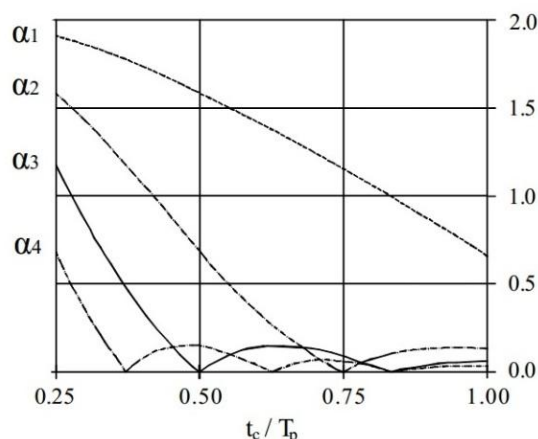


Fig. 2.7 – Coeficientes de Fourier dos primeiros quatro harmônicos para a carga em corrida [1]

### 2.3. LIMIARES DE VIBRAÇÃO EM PONTES PEDONAIIS

As vibrações ocasionadas pela ação dos peões quando circulam em pontes pedonais podem ser excessivas em relação ao conforto que os utilizadores esperam sentir quando atravessam a estrutura.

Como usualmente a medição e controlo da resposta da estrutura são realizadas em termos de acelerações, a questão do conforto humano é também avaliada em termos de acelerações.

São vários os documentos que abordam a temática do dimensionamento tendo em conta o conforto humano, nomeadamente o Sétra, o Sympex e a Norma Britânica.

No presente sub-capítulo são abordados os limiares de vibrações em termos de acelerações dos documentos Sétra e Sympex, por serem os documentos mais atuais.

Nas orientações destes dois documentos, os limites de aceleração são estabelecidos através de três classes de conforto definidas da seguinte forma:

- Classe *CL1* (Conforto Máximo): as acelerações são praticamente impercetíveis para os utilizadores
- Classe *CL2* (Conforto Médio): as acelerações são meramente percetíveis para os utilizadores.
- Classe *CL3* (Conforto Mínimo): em determinadas condições que ocorrem raramente, as acelerações são percetíveis para os utilizadores, mas não se tornam intoleráveis.

O nível de conforto é estabelecido pelo projetista e pelo Dono de Obra, tendo em conta diversos aspetos, como a população a servir ou o nível de importância da estrutura. Os valores limites da aceleração para a classe de conforto escolhida são, posteriormente, comparados com os valores da aceleração obtidos na análise dos diferentes casos de carga.

Na Tabela 2.1 são apresentados os limites da aceleração do tabuleiro nas direções vertical e horizontal para as diferentes classes de conforto.

Tabela 2.1 – Classes de conforto em função da aceleração máxima do tabuleiro [2, 5]

Classe de Conforto	Aceleração [m/s <sup>2</sup> ]	
	Direção Vertical	Direção Horizontal
CL1 (Conforto Máximo)	< 0,5	< 0,1
CL2 (Conforto Médio)	0,5 – 1,0	0,1 – 0,3
CL3 (Conforto Mínimo)	1,0 – 2,5	0,3 – 0,8
Desconforto Intolerável	> 2,5	> 0,8

## 2.4. RESPOSTA ESTRUTURAL A AÇÕES DINÂMICAS

A caracterização da resposta estrutural à ação do peão, juntamente com o conforto humano e a percepção das vibrações, estão relacionados com a avaliação de medidas de mitigação das vibrações em estruturas.

Assim, nesta secção será abordado o cálculo da resposta estrutural a ações dinâmicas através do Método da Sobreposição Modal e da Teoria de Espaço de Estado.

### 2.4.1. MÉTODO DA SOBREPOSIÇÃO MODAL

As estruturas de engenharia civil são, na grande maioria dos casos, descritas como uma infinidade de graus de liberdade tendo em vista a sua análise dinâmica [2]. Nesse sentido, a equação fundamental de equilíbrio dinâmico [6] estabelece que:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (2.5)$$

em que  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  representam respetivamente as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez,  $\mathbf{P}$  o vetor solicitação e  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  e  $\mathbf{u}$  os vetores aceleração, velocidade e deslocamento respetivamente. As matrizes têm dimensões  $n \times n$  e os vetores  $n \times 1$ , sendo  $n$  o número de graus de liberdade considerados.

A resolução desta equação pode ser realizada por diferentes métodos, podendo alternativamente utilizar-se o Método da Sobreposição Modal. Neste caso, o sistema de  $n$  equações a  $n$  incógnitas indicado na expressão 2.5 é transformado em  $n$  equações desligadas associadas a cada modo de vibração da estrutura [6], como é apresentado na equação (2.6).

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (2.6)$$

na qual  $\ddot{Y}_n$ ,  $\dot{Y}_n$  e  $Y_n$  são respetivamente a aceleração, velocidade e deslocamento generalizado,  $\xi_n$  o coeficiente do  $n$ -ésimo modo de vibração,  $\omega_n$  a frequência angular do mesmo modo e  $P_n$  e  $M_n$  a força e massa modais do modo de vibração  $n$ .

Os modos de vibração e as respetivas frequências naturais poderão ser obtidas através da solução do problema de valores e vetores próprios da dinâmica, expresso da seguinte forma:

$$(K - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (2.7)$$

na qual  $\Phi$  representa o vetor das componentes modais de cada modo de vibração.

Assim, a resposta estrutural pode ser obtida pela sobreposição modal dos modos que caracterizam a resposta através da expressão:

$$x(t) = \phi_1 Y_1(t) + \phi_2 Y_2(t) + \dots + \phi_n Y_n(t) \quad (2.8)$$

Quanto maior o número de modos usados na determinação da resposta estrutural, maior será o grau de aproximação à realidade. No entanto, o valor da massa modal efetiva (parte da massa associada a cada modo de vibração) poderá fornecer informação acerca do número de modos mais relevantes para a obtenção da resposta estrutural.

#### 2.4.2. TEORIA DE ESPAÇO DE ESTADO

No estudo de sistemas dinâmicos, a Teoria de Espaço de Estado é uma metodologia simples pois realiza a análise passo a passo e usa as matrizes reais do sistema, sendo por isso de fácil manipulação com meios informáticos. Além disso, permite ainda análises com matrizes de amortecimento não clássicas e uma abordagem a sistemas de maior complexidade. O procedimento desta teoria é explicado tendo por base o trabalho de Cunha [7].

Esta metodologia usa três variáveis diferentes, as variáveis de estado, as de entrada e as de saída. As variáveis de estado são definidas pelo vetor  $x(t)$  constituído pelos deslocamentos e velocidades de cada grau de liberdade do sistema. As variáveis de entrada são definidas pelo vetor  $u(t)$  constituído pelas forças exteriores aplicadas a cada grau de liberdade do sistema. Por último, as variáveis de saída são definidas pelo vetor  $y(t)$  constituído pela resposta em cada grau de liberdade. Nas expressões (2.9), (2.10) e (2.11) são apresentados os vetores de cada uma das variáveis para um sistema com  $n$  graus de liberdade.

$$x(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \\ \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{u}_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Além dos vetores correspondentes às diferentes variáveis é necessário definir dois tipos de matrizes, a Matriz de Estado e a Matriz de Entrada, caracterizadas através dos parâmetros físicos do sistema, como a rigidez, massa e amortecimento, expressas em (2.12) e (2.13).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{J} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Nestas duas expressões, o valor nulo da matriz e do vetor refere-se a uma matriz de dimensão  $n \times n$ ,  $\mathbf{I}$  a uma matriz identidade e  $\mathbf{J}$  a uma matriz que representa a aplicação das forças exteriores nos diferentes graus de liberdade, constituída por valores unitários ou nulos conforme existam ou não forças aplicadas nos respectivos graus de liberdade.

Como a análise é efetuada passo a passo, para cada instante  $t$  existem diferentes variáveis de estado, entrada e saída ao longo do tempo em estudo, isto é,  $\mathbf{x}(t)$  e  $\mathbf{u}(t)$  variam ao longo do tempo. Assim, o cálculo da resposta no instante  $t+\Delta t$  é realizado com recurso às variáveis do instante  $t$  anterior através das matrizes  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{G}$ , sendo que a expressão para a resposta em qualquer instante  $t+\Delta t$  é a seguinte:

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{E} \times \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \times \mathbf{u}(t) \quad (2.14)$$

onde  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{G}$  são expressos de acordo com as equações (2.15) e (2.16), respetivamente.

$$\mathbf{E} = e^{\Delta t \times \mathbf{A}} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{A}^{-1} \times (\mathbf{E} - \mathbf{I})] \times \mathbf{B} \quad (2.16)$$

Conhecidas as matrizes de Estado, de Entrada,  $E$  e  $G$  assim como a variável de estado no instante  $t$ , o cálculo é realizado por ciclos baseados sempre no instante imediatamente anterior. No Anexo A1 é apresentada uma tabela resumo do algoritmo de cálculo.

## 2.5. CONTROLO DE VIBRAÇÕES

O facto de nas pontes pedonais se adotarem sistemas estruturais esbeltos e leves conduz à necessidade de se ter que aplicar medidas que minimizem os resultados das ações dos peões, nomeadamente as vibrações por eles produzidas, para que garantam o conforto humano.

Além das medidas que se tomam em torno da estrutura propriamente dita, como o aumento de rigidez ou de amortecimento da estrutura [4, 8], é frequente aplicar dispositivos de controlo de vibrações, quer sejam de controlo ativo, quer de controlo passivo.

Os sistemas de controlo ativo são geralmente menos comuns do que os sistemas de controlo passivo e funcionam através de uma fonte de energia externa que aplica cargas adicionais. Os sistemas de controlo passivo são independentes da aplicação de forças exteriores tornando-se mais económicos.

Uma vez que a solução usada na Ponte Pedonal de Santo Tirso foi a aplicação de amortecedores de massa sintonizada, esta secção irá focar-se sobretudo nesse tipo de sistema de controlo de vibrações.

### 2.5.1. SISTEMAS DE CONTROLO PASSIVO

São vários os dispositivos que podem ser usados no controlo passivo de vibrações, entre eles os amortecedores adicionais, isolamento de base, amortecedores de massas sintonizadas e amortecedores de colunas líquidas sintonizadas.

Os sistemas de amortecedores podem ser divididos em diferentes tipos: amortecedores de fluido viscoso, amortecedores viscoelásticos e amortecedores friccionais. Os primeiros funcionam através da força gerada pela passagem de um fluido viscoso por um orifício (Figura 2.8). Nos amortecedores viscoelásticos a deformação do material viscoelástico leva à dissipação de energia (Figura 2.9). Nos amortecedores friccionais é o atrito entre as superfícies que o compõem que conduz à dissipação da energia (Figura 2.10).

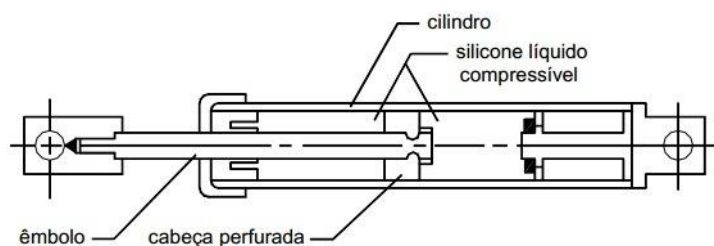


Fig. 2.8 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoso [4]



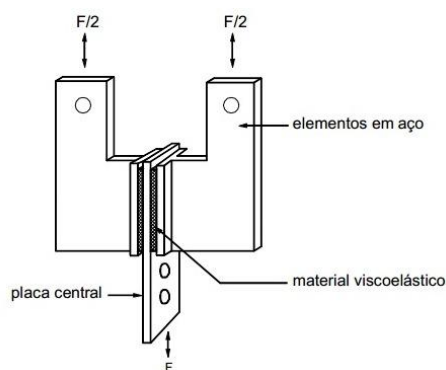


Fig. 2.9 – Esquema de funcionamento de um amortecedor viscoelástico [4]

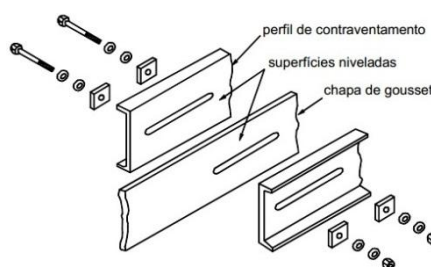


Fig. 2.10 – Esquema de funcionamento de um amortecedor friccional [4]

Além destes tipos de amortecedores existem ainda dois tipos de sistemas de controlo passivo: os amortecedores de líquido sintonizado (“Tuned Liquid Damper” ou TLD) e os amortecedores de massa sintonizada (“Tuned Mass Damper” ou TMD).

Estes dois sistemas têm funcionamento semelhante, no entanto os TLDs são vocacionados para controlar vibrações horizontais e a dissipação da energia dá-se através do movimento de um líquido que está contido num tubo ou num reservatório. A Figura 2.11 apresenta o seu esquema de funcionamento.

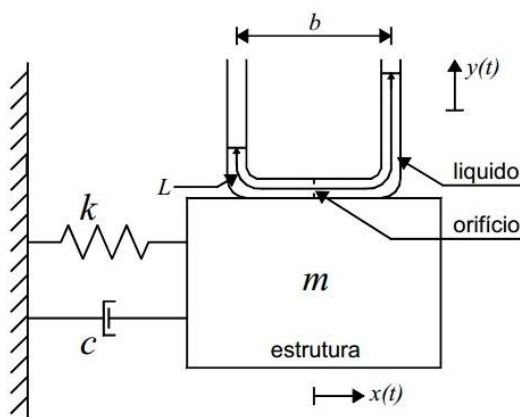


Fig. 2.11 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de líquido sintonizado (TLD) [4]

Os TMDs têm tido um uso mais frequente quer em edifícios quer em pontes pedonais. Estes são compostos por uma massa ligada à estrutura através de um amortecedor e uma mola em paralelo (Figura 2.12), sendo que o seu comportamento dinâmico é semelhante ao de uma estrutura com um grau de liberdade. Este sistema é eficaz quando aplicado a estruturas de baixo amortecimento, sendo que para estruturas com coeficientes de amortecimento superiores a 5% os TMDs não apresentam resultados satisfatórios [4].

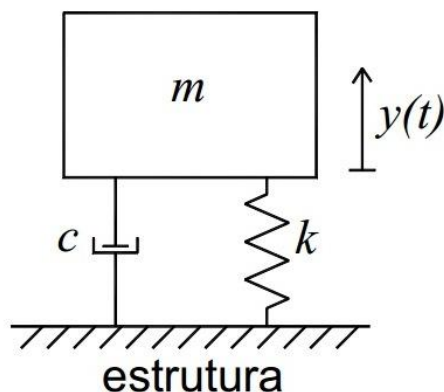


Fig. 2.12 – Esquema de funcionamento de um amortecedor de massa sintonizada (TMD) [4]

Apesar de inicialmente os TMDs serem mais aplicados em edifícios é comum, atualmente, a sua aplicação a pontes pedonais [4]. São vários os exemplos de pontes onde este sistema de controlo de vibrações foi adotado, nomeadamente a Millennium Bridge em Londres [9] e a Ponte Pedro e Inês em Coimbra (Figura 2.13) [10].



Fig. 2.13 – TMDs na Ponte Pedro e Inês em Coimbra [10]

## 2.5.2. AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADA (TMDs) EM ESTRUTURAS COM AMORTECIMENTO

Inicialmente o TMD começou por ser uma massa ligada à estrutura através de uma mola, denominando Supressor de Vibrações. A este foi adicionado um amortecedor dando origem ao TMD como é conhecido atualmente [11].

Os TMDs são dimensionados tendo em conta o controlo de um único modo de vibração da estrutura, de tal forma que, para se controlar mais do que um modo, ter-se-á que introduzir tantos TMDs quantos os modos a controlar, sendo que o seu dimensionamento é realizado de forma individual e deverá estar localizado na secção da componente máxima do modo de vibração a controlar [4].

Sintonizar o TMD com o modo de vibração da estrutura é escolher os seus parâmetros (massa, rigidez e amortecimento) de forma a que a amplitude dos deslocamentos, velocidades ou acelerações da estrutura sejam minimizados. O tipo de solicitação a que a estrutura está sujeita influencia o modo de dimensionamento do TMD, nomeadamente se a solicitação é harmónica, periódica não harmónica ou sísmica. Neste trabalho abordar-se-á apenas a metodologia de dimensionamento referente a ações harmónicas, visto que a passagem dos peões pode ser representada por funções de carga harmónicas, como é exposto em 2.2..

No caso de estruturas com amortecimento, como as estruturas reais, o modelo teórico de funcionamento é o esquematizado na Figura 2.14, no qual o corpo 1 corresponde à estrutura a controlar e o corpo 2 ao TMD.

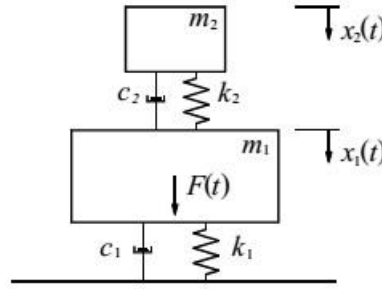


Fig. 2.14 – Esquema de funcionamento de um TMD aplicado a uma estrutura com amortecimento [4]

Considerando a atuação de uma excitação sinusoidal  $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$  sobre a massa da estrutura ( $m_1$ ), o deslocamento da estrutura e do TMD é dado pelas equações (2.17) e (2.18) [11].

$$\frac{X_1}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_2 r_1 q)^2 + (r_1^2 - q^2)^2}{(2r_1)^2 \left\{ \xi_2^2 [r_1^2 (1 + \mu) - 1] + \xi_2 (r_1^2 - q^2) \right\}^2 + [\mu q^2 r_1^2 - (r_1^2 - 1)(r_1^2 - q^2) + (2r_1)^2 \xi_1 \xi_2]^2}} \quad (2.17)$$

$$\frac{X_2}{X_{1,est}} = \sqrt{\frac{(2\xi_2 q)^2 + q^4}{(2r_1)^2 \left\{ \xi_2^2 [r_1^2 (1 + \mu) - 1] + \xi_2 (r_1^2 - q^2) \right\}^2 + [\mu q^2 r_1^2 - (r_1^2 - 1)(r_1^2 - q^2) + (2r_1)^2 \xi_1 \xi_2]^2}} \quad (2.18)$$

onde  $\xi_1$  e  $\xi_2$  são os coeficientes de amortecimento da estrutura e do TMD, respetivamente,  $r_1$  a razão entre a frequência de excitação ( $\omega$ ) e a frequência do sistema ( $\omega_1$ ),  $\mu$  a razão entre a massa do TMD ( $m_2$ ) e a massa da estrutura ( $m_1$ ) e  $q$  a razão entre a frequência do amortecedor ( $\omega_2$ ) e a frequência do sistema ( $\omega_1$ )

As curvas de amplitude do movimento da massa da estrutura obtidas a partir da equação (2.17) estão representadas nas Figuras 2.15 e 2.16, sendo que no primeiro caso se considerou uma estrutura de baixo amortecimento ( $\xi_1=1\%$ ) e, no segundo, uma estrutura de elevado amortecimento ( $\xi_1=10\%$ ). Nestes dois casos adotou-se  $\mu=0.20$  e  $q=0.85$  fazendo variar o valor do coeficiente de amortecimento do TMD ( $\xi_2$ ).

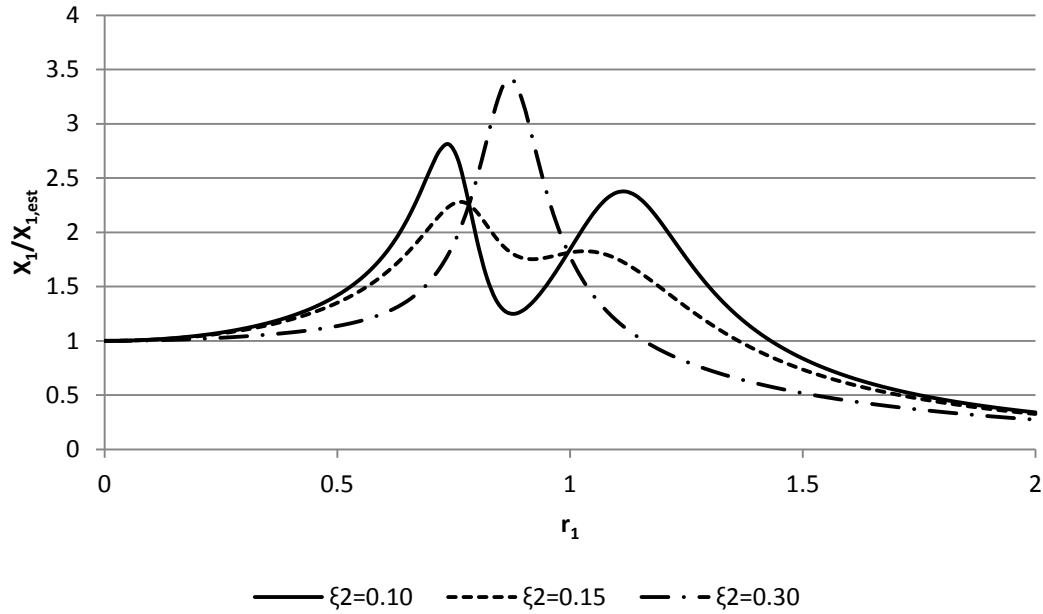


Fig. 2.15 – Amplitude do movimento da massa  $m_1$  para  $\xi_1=1\%$ ,  $\mu=0.20$  e  $q=0.85$  adotando diferentes coeficientes de amortecimento do TMD

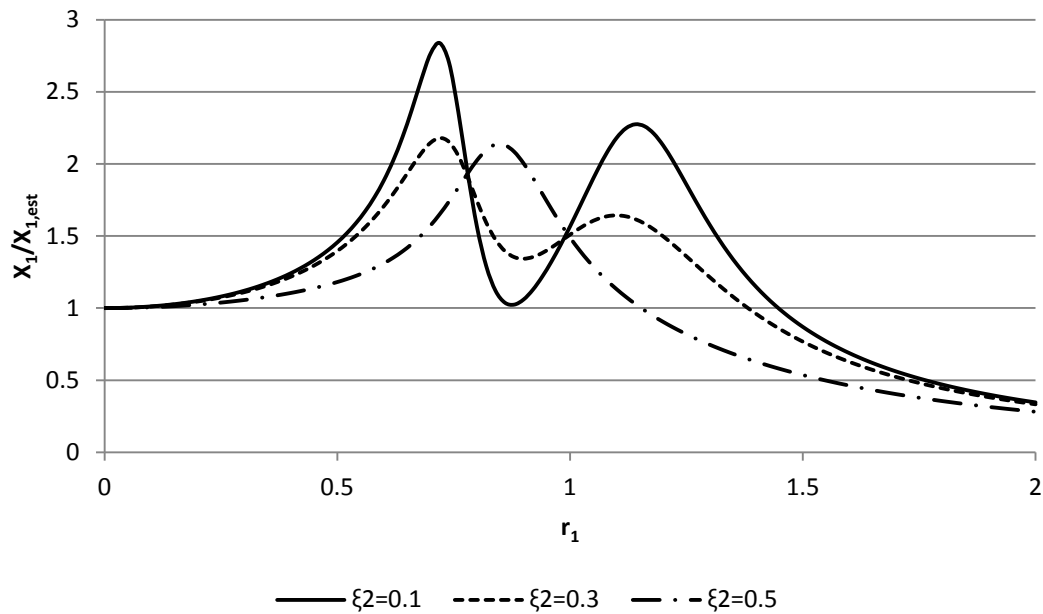


Fig. 2.16 – Amplitude do movimento da massa  $m_1$  para  $\xi_1=10\%$ ,  $\mu=0.20$  e  $q=0.85$  adotando diferentes coeficientes de amortecimento do TMD

Destes dois conjuntos de curvas pode-se concluir que para estruturas de baixo amortecimento existem dois pontos comuns para qualquer amortecimento do TMD, enquanto que nas de elevado amortecimento isso já não é válido.

Na primeira situação esses dois pontos comuns são os pontos que servem de referência para se determinar os parâmetros ótimos do TMD através das equações (2.19) e (2.20) [11].

$$q_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.19)$$

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (2.20)$$

Para as estruturas de elevado amortecimento, Moutinho [4] propõe o uso de ábacos para a determinação dos parâmetros ótimos e da amplitude máxima do deslocamento relativo entre o TMD e a estrutura. Os ábacos são apresentados nas Figuras 2.17 a 2.20.

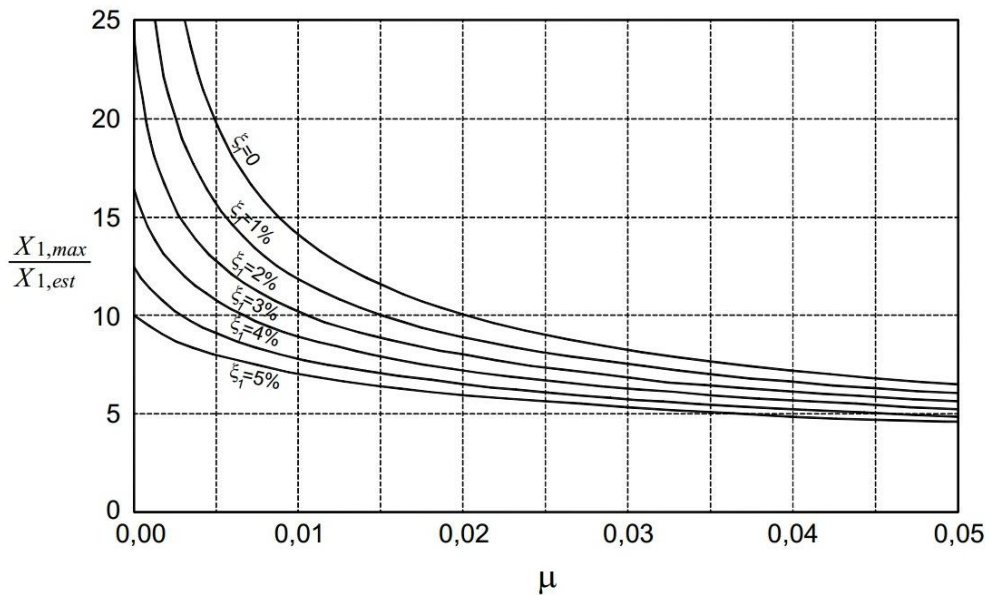


Fig. 2.17 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento do sistema principal [4]

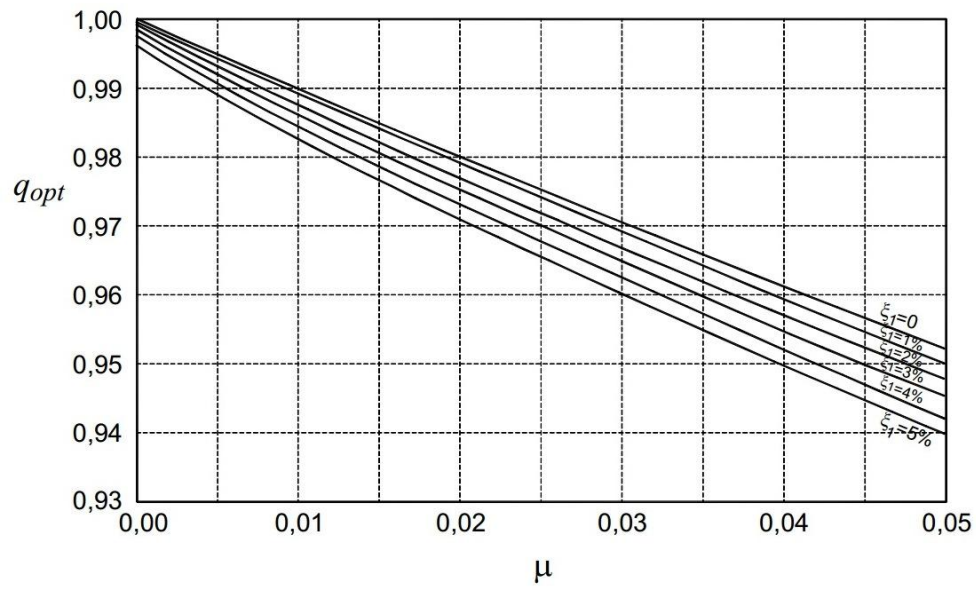


Fig. 2.18 – Curvas para determinação do valor ótimo de  $q$  [4]

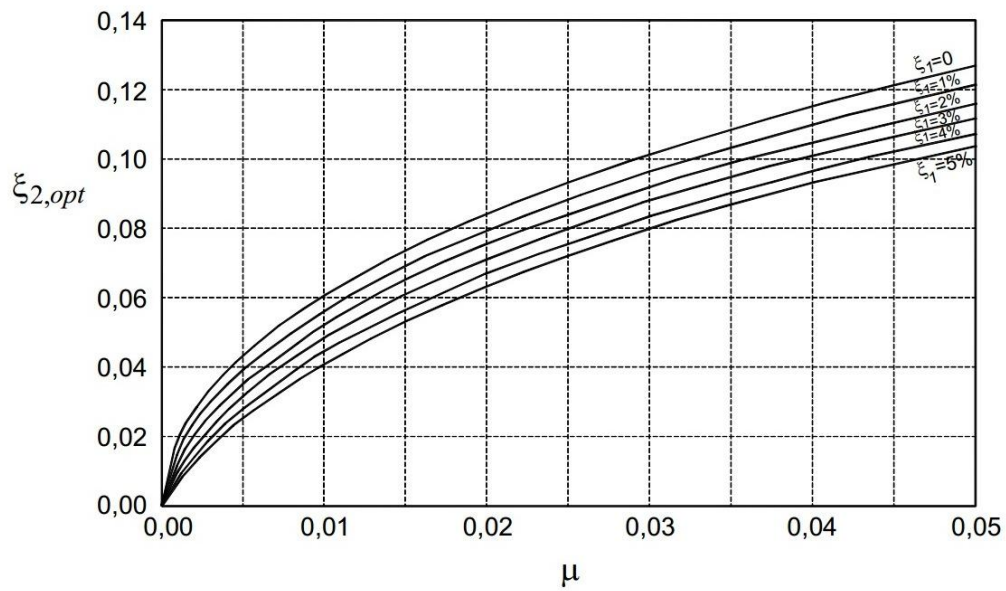


Fig. 2.19 – Curvas para determinação do valor ótimo de  $\xi_2$  [4]

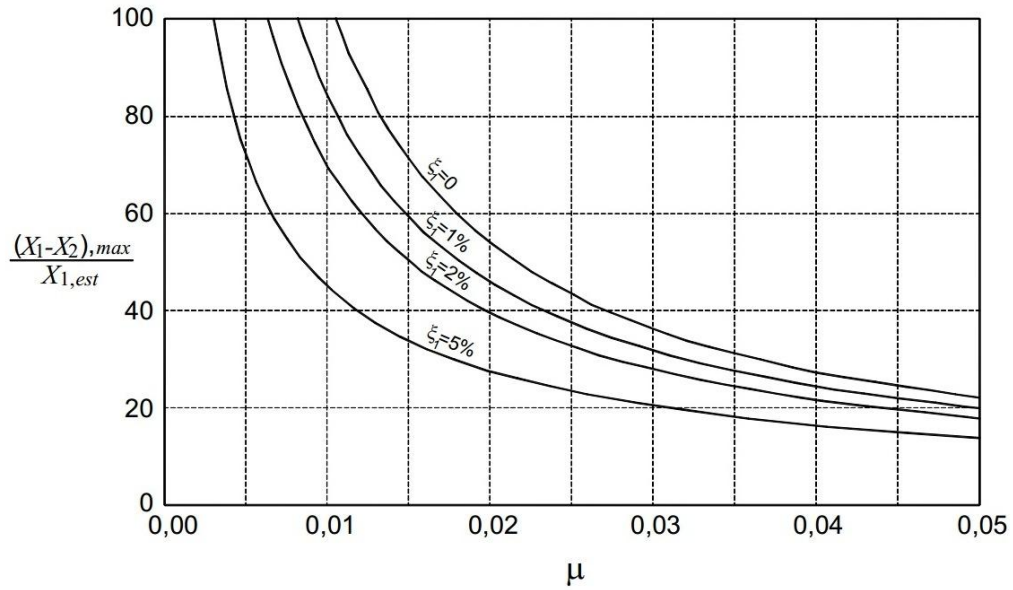


Fig. 2.20 – Curvas de amplificação máxima do deslocamento relativo entre a massa principal e a massa adicional [4]

### 2.5.3. PARÂMETROS DINÂMICOS APÓS A INSTALAÇÃO DE TMDs

Após a instalação de TMDs o sistema passa a ser de dois graus de liberdade, sendo importante determinar os novos parâmetros, nomeadamente frequências naturais e modos de vibração [11].

Assim, o sistema esquematizado na Figura 2.14 é caracterizado pelas seguintes matrizes de massa, rigidez e amortecimento:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Partindo da equação fundamental de equilíbrio dinâmico expressa na equação (2.5) e da sua solução apresentada na equação (2.7), o cálculo das frequências naturais é realizado através da equação:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (2.24)$$

Substituindo na equação (2.24) as respetivas matrizes de massa e de rigidez do sistema tem-se que:

$$\det \begin{pmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - \omega^2 m_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

Desenvolvendo o determinante da matriz obtém-se:

$$\omega^4 m_1 m_2 + \omega^2 (-m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2) + k_1 k_2 = 0 \quad (2.26)$$

Efetuada a mudança de variável  $\omega^2 = x$ , a equação (2.26) torna-se numa equação de 2º grau que, resolvida pela fórmula resolvente, resulta em duas soluções que são as frequências naturais do sistema:  $\omega_{n,1}$  e  $\omega_{n,2}$ .

$$(\omega_{n,1})^2 = \frac{k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2 - \sqrt{[k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2]^2 - 4m_1 m_2 k_1 k_2}}{2m_1 m_2} \quad (2.27)$$

$$(\omega_{n,2})^2 = \frac{k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2 + \sqrt{[k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2]^2 - 4m_1 m_2 k_1 k_2}}{2m_1 m_2} \quad (2.28)$$

Substituindo as frequências na solução da equação do movimento, os modos tomam a seguinte forma:

$$\phi_{n,1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{k_1 + k_2 - (\omega_{n,1})^2 m_1}{k_2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\phi_{n,2} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{k_1 + k_2 - (\omega_{n,2})^2 m_1}{k_2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$



# 3

## A PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO

### 3.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada uma descrição da ponte em estudo, nomeadamente quanto à sua localização, à sua geometria e às suas propriedades mecânicas e dinâmicas.

A ponte pedonal sobre o Rio Ave localiza-se na freguesia de Burgães, em Santo Tirso e insere-se num percurso pedonal e ciclável de 1,4 quilómetros de extensão que liga a cidade ao Parque Urbano da Rabada. A obra nasce através de um projeto de reabilitação das margens do Ave, levado a cabo pela Câmara Municipal de Santo Tirso [12]. O projeto de estruturas ficou a cargo da empresa SOPSEC e os ensaios dinâmicos a cargo do Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas da FEUP (ViBEST). A Figura 3.1 mostra a localização da ponte a nível da região e a nível mais local retirada do Google Maps [13].

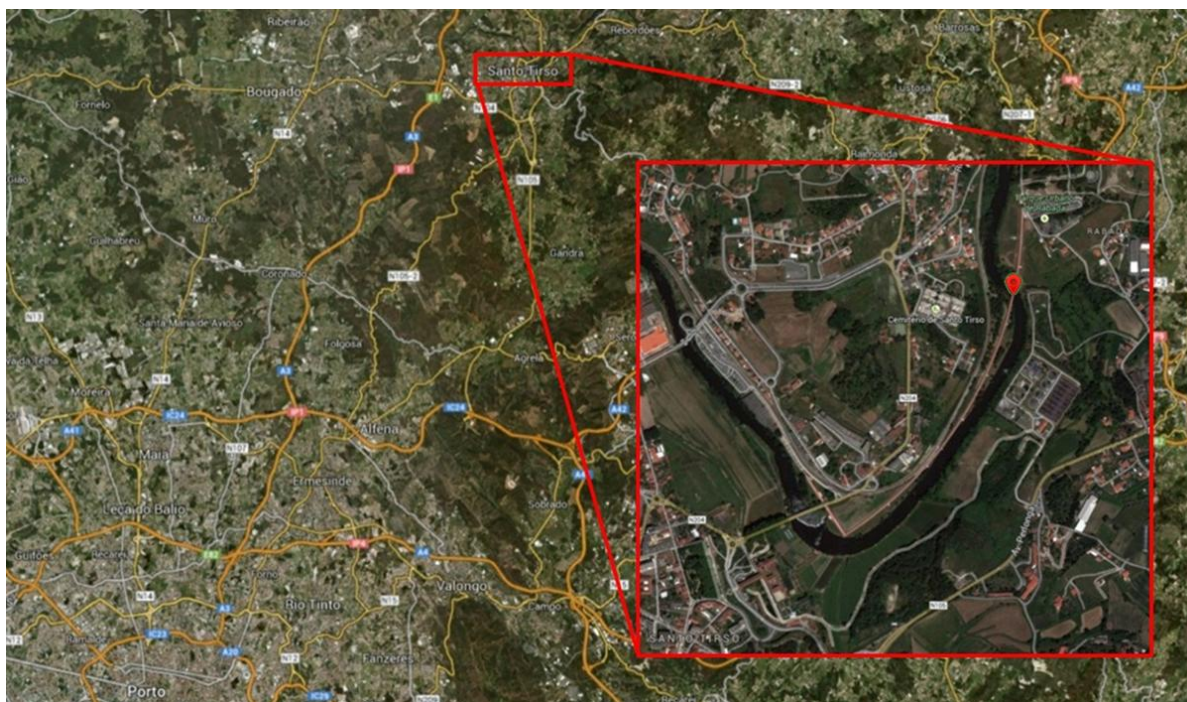


Fig. 3.1 – Mapa com pormenor da localização da ponte [13]

### 3.2. CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA E MECÂNICA

#### 3.2.1. GEOMETRIA

A Ponte Pedonal sobre o Rio Ave é uma estrutura metálica em arco, com corda de 60 metros e flecha de 6 metros, de traçado reto e com extensão de 84 metros. As Figuras 3.2 e 3.3, retiradas do projeto da empresa SOPSEC [14], mostram o alçado e a planta da ponte, respetivamente. Uma vista geral da ponte é apresentada na Figura 3.4.

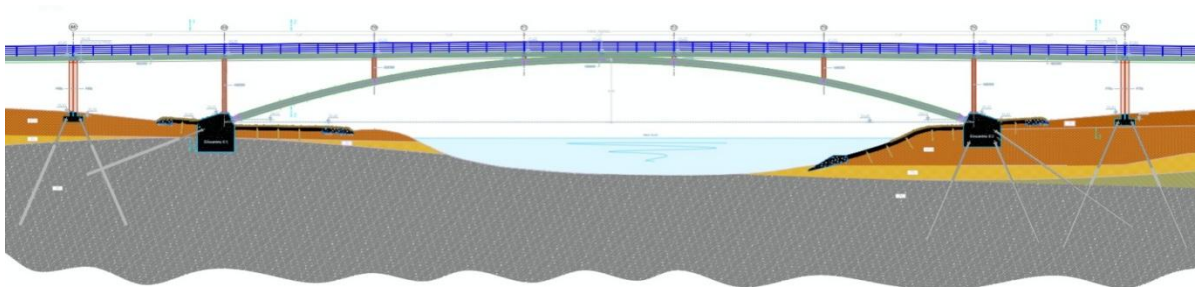


Fig. 3.2 – Representação da ponte pedonal em alçado [14]



Fig. 3.3 – Representação da ponte pedonal em planta [14]



Fig. 3.4 – Vista geral da ponte pedonal

Em relação às condições de apoio, o arco é biarticulado ligando-se através de rótulas aos encontros de betão armado e os pilares encastrados na sua base. A ligação entre o arco e o tabuleiro é realizada por montantes metálicos espaçados de 12 metros. Estes são ligados de forma rígida com exceção dos dois centrais que permitem rotações no plano longitudinal e deslocamentos verticais.

Além da estrutura metálica, a ponte é ainda constituída por dois pilares extremos em betão armado com secção transversal de  $2,20 \times 0,30 \text{ m}^2$ .

A secção do tabuleiro não é simétrica devido ao facto de existirem duas zonas constituídas por materiais diferentes, uma por lajes maciças de betão de agregados leves e outra por “deck” de madeira assentes em pré-lajes armadas de betão com largura útil de 4,8 metros.

Quanto aos perfis usados na estrutura, estes são perfis laminados com diferentes secções. O arco é constituído por dois perfis curvos do tipo HEB600 (Figura 3.5 a), os perfis das longarinas exteriores são do tipo HEB450 (Figura 3.5 b) aos quais são soldadas cantoneiras do tipo L200×100×10 e os da longarina central são do tipo HEB 450 simples (Figura 3.5 c). Os montantes são realizados através de perfis HEB300 (Figura 3.5 d) e os contraventamentos dos mesmos e do arco são materializados por perfis quadrados RHS 150×100×4 (Figura 3.5 e).

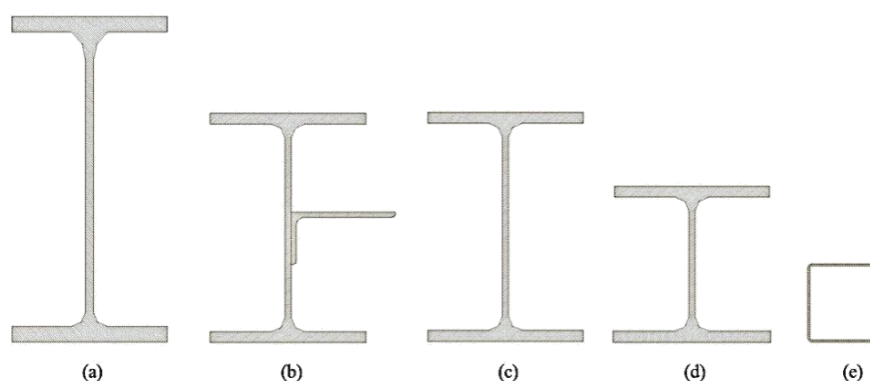


Fig. 3.5 – Secções transversais dos perfis metálicos usados: HEB600 (a), HEA450 soldado a cantoneiras L200×100×10 (b), HEA450 (c), HEB300 (d) e RHS150×100×4 (e) [11]

Relativamente às carlingas, a estrutura apresenta dois tipos consoante seja secção dos pilares extremos, carlingas tipo 2 (Figura 3.6), ou dos montantes, carlingas tipo 1 (Figura 3.7). Ambos os tipos de carlinga são realizados com perfis HEB450.

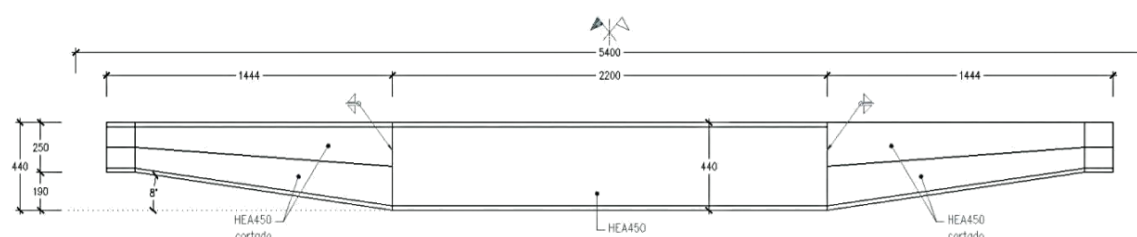


Fig. 3.6 – Representação da carlinga tipo 2 [11]



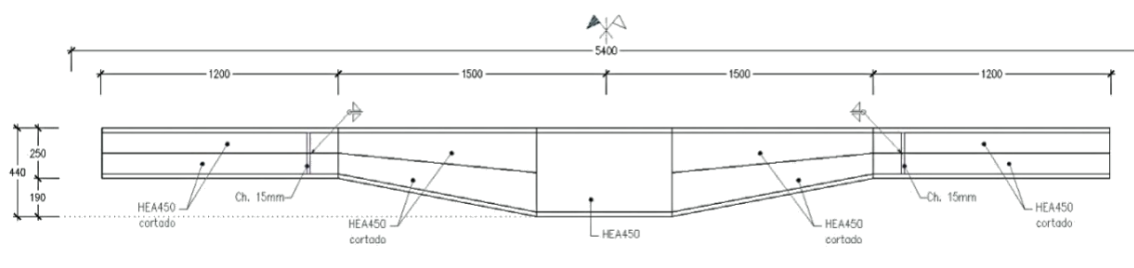


Fig. 3.7 – Representação da carlinga tipo 1 [11]

### 3.2.2. FUNDAÇÕES

A solução adotada para as fundações foi uma solução mista de microestacas. Essa, bem como a estratificação do solo, estão ilustradas nas Figuras 3.8 e 3.9. O encontro da margem direita é fundado por 5 microestacas inclinadas em corte e o da margem esquerda por 16 microestacas inclinadas em corte e em planta.

Os pilares extremos da ponte estão fundados em sapatas apoiadas em microestacas que são repartidas com os pilares extremos dos passeios pedonais.

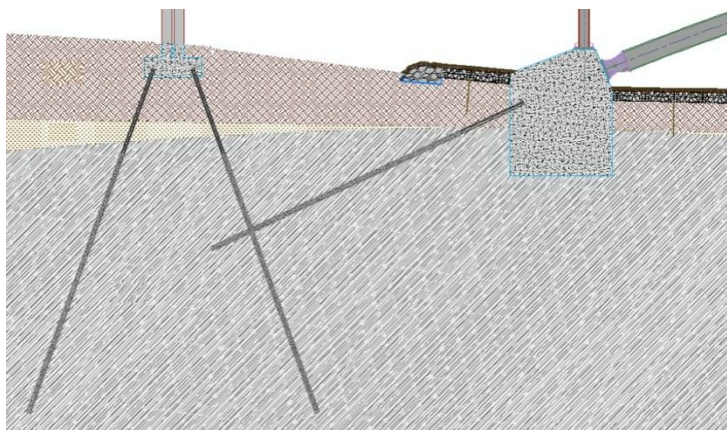


Fig. 3.8 – Representação das fundações da ponte na margem direita do Rio Ave [11]

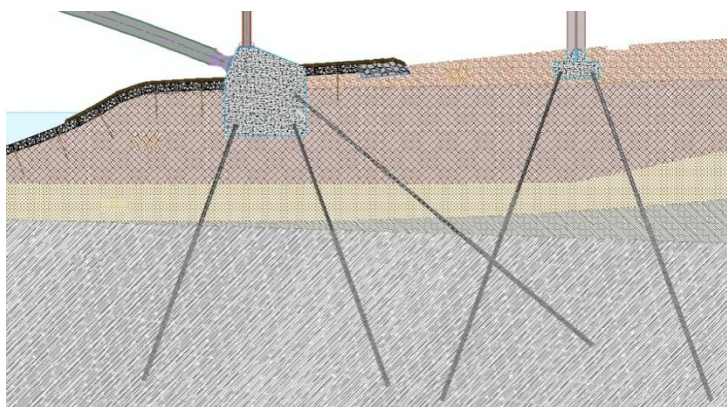


Fig. 3.9 – Representação das fundações da ponte na margem esquerda do Rio Ave [11]

### 3.2.3. MATERIAIS

Os materiais utilizados nesta estrutura são o aço S355JR para os perfis metálicos e aço S235JR para os guarda-corpos, sendo que os materiais de ligação, como os chumbadouros, parafusos, porcas e varões roscados são de classe 8.8. Nos varões de aço foi usado o aço S500 e nas fundações o aço N80.

Quanto à parte relativa ao betão, nas fundações foi utilizado o betão hidrofugado C30/37-XC2(P) e nas lajes maciças com pré-lajes armadas betão hidrofugado de agregados leves LC30/33-XC4(P).

O “deck” é de madeira maciça de Casquinha Vermelha de classe C24.

Na Tabela 3.1 são apresentados os pesos volúmicos dos diferentes materiais usados.

Tabela 3.1 – Pesos volúmicos dos materiais [11]

Material	Peso Volúmico (kN/m <sup>3</sup> )
Betão Armado C30/37	25,0
Betão Leve LC30/33	18,0
Aço	77,0
Madeira	5,0

## 3.3. PROPRIEDADES DINÂMICAS

### 3.3.1. METODOLOGIA

De forma a avaliar a vulnerabilidade da ponte a fenómenos de vibrações causados pela passagem de peões, é necessário conhecer as características dinâmicas da estrutura.

Neste caso os parâmetros dinâmicos da ponte foram determinados, numa primeira fase, através de um modelo de elementos finitos criado pelo projetista. No entanto, como o rigor e confiança necessários na análise de comportamento dinâmico são fundamentais para se saber se a ponte apresenta condições desfavoráveis ao nível do conforto dos peões e se é necessária alguma medida de diminuição dessas vibrações, foram desenvolvidos, por parte do ViBEST, diversos ensaios dinâmicos com vista a validar os resultados obtidos no modelo numérico do projetista.

Estes dois estudos serão apresentados nas secções que se seguem.

### 3.3.2. MODELO DO PROJETO

O modelo desenvolvido no programa de cálculo automático Robot Structural Analysis da Autodesk pela SOPSEC é um modelo constituído por elementos de barra que representam a parte metálica da estrutura e os pilares extremos e por elementos de casca para simular o tabuleiro. A Figura 3.10 ilustra uma vista do modelo numérico.

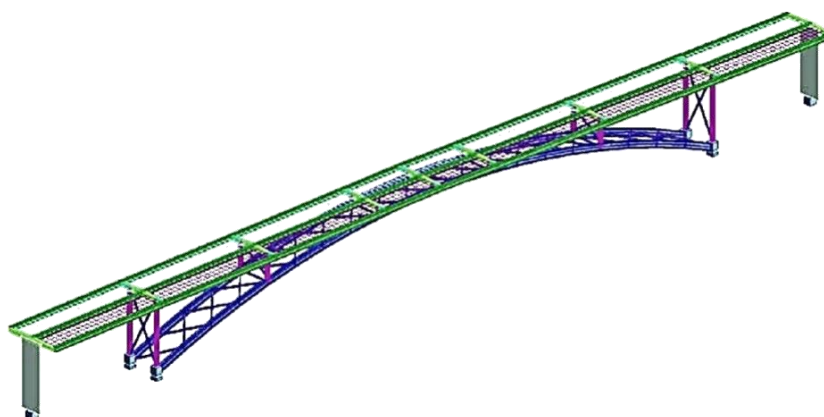


Fig. 3.10 – Modelo de cálculo desenvolvido pela SOPSEC [11]

Com o modelo desenvolvido foram calculadas as frequências dos vários modos de vibração relevantes para três situações distintas: com a ponte descarregada, com a ponte com meio peão por metro quadrado e com a ponte com um peão por metro quadrado. Estes três cenários de análise servem para perceber se aquando do atravessamento da ponte por fluxo de peões, em que a sua massa pode ser significativa em relação à massa da ponte, as frequências são afetadas e se essas novas frequências podem agravar o risco de vibrações significativas. Os resultados desta análise modal são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Frequências dos modos de vibração calculadas pelo projetista [11]

Modo	Cenário	Frequência (Hz)	Descrição
1	Ponte descarregada	1,50	1º modo longitudinal
	0,5P/m <sup>2</sup>	1,44	
	1,0P/m <sup>2</sup>	1,39	
2	Ponte descarregada	2,45	1º modo lateral com torção
	0,5P/m <sup>2</sup>	2,34	
	1,0P/m <sup>2</sup>	2,25	
3	Ponte descarregada	2,88	Modo de flexão simétrico vertical
	0,5P/m <sup>2</sup>	2,77	
	1,0P/m <sup>2</sup>	2,67	
4	Ponte descarregada	4,31	Modo de flexão simétrico vertical com torção
	0,5P/m <sup>2</sup>	4,14	
	1,0P/m <sup>2</sup>	3,98	

Além das frequências dos modos de vibração é igualmente importante conhecer os valores das massas modais. O programa de cálculo automático Robot calcula a configuração dos modos de vibração normalizados em relação à massa, isto é:

$$\phi_n^T \mathbf{M} \phi_n = 1 \quad (3.1)$$

Com isto é possível demonstrar que a massa modal normalizada para o modo normalizado em relação à componente de deslocamento máximo do tabuleiro pode ser calculada a partir do respetivo modo de vibração [11]. Assim, considere-se o modo de vibração normalizado em relação à componente máxima do tabuleiro,  $\phi'_n$ , isto é:

$$\phi'_n = b \phi_n \quad (3.2)$$

em que  $b$  é dado por:

$$b = \frac{1}{\phi_{n,máx}} \quad (3.3)$$

A massa modal,  $M_n$ , pode ser então calculada através de:

$$M_n = \phi_n'^T \mathbf{M} \phi_n' \quad (3.4)$$

Substituindo  $\phi_n'$  de acordo com a equação (3.2) tem-se:

$$M_n = b^2 \phi_n^T \mathbf{M} \phi_n \quad (3.5)$$

Substituindo as equações (3.1) e (3.3) na equação (3.5):

$$M_n = \frac{1}{(\phi_{n,máx})^2} \quad (3.6)$$

Na Tabela 3.3 são apresentadas as massas modais dos primeiros três modos de vibração, bem como as respetivas componentes modais máximas obtidas em projeto.

Tabela 3.3 – Massas modais e respetivas componentes modais máximas obtidas no projeto [11]

Modo	Componente modal máxima	Massa modal (kg)
1	0,00379	69618
2	0,00345	84018
3	0,00510	38447

### 3.3.3. CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

Para determinar com maior rigor e poder validar os resultados obtidos em projeto, o ViBEST realizou um conjunto de ensaios experimentais, em particular ensaios de vibração ambiental e de vibração livre.

#### 3.3.3.1. Ensaio de Vibração Ambiental

O ensaio de vibração ambiental serviu para determinar as frequências e os respetivos modos de vibração. Assim, foram instrumentadas 15 secções para avaliar esses parâmetros: as secções dos apoios extremos do tabuleiro, as secções do tabuleiro de ligação aos montantes e as secções médias entre montantes, isto é, as medições foram realizadas a partir das extremidades do tabuleiro com afastamento entre secções de 6 metros. Na Figura 3.11 está representado um esquema das secções instrumentadas para o ensaio de vibração ambiental.

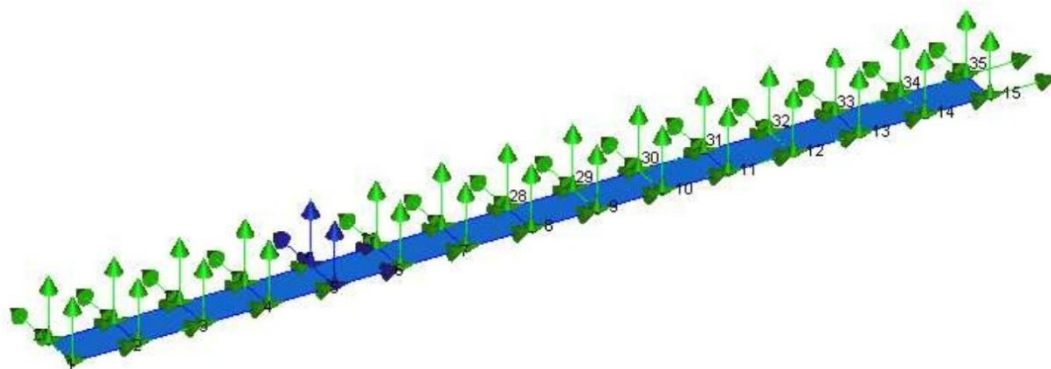


Fig. 3.11 – Esquema das secções instrumentadas para o ensaio de vibração ambiental [15]

Para a execução deste ensaio foram instalados 5 sismógrafos com acelerómetros triaxiais sincronizados por GPS (Figura 3.12), sendo que três foram mantidos fixos nas secções 5 e 8 (Figura 3.11) e dois foram percorrendo as restantes secções realizando medições nos extremos montante e jusante do tabuleiro com o intuito de avaliar modos de torção.





Fig. 3.12 – Sismógrafo sincronizado por GPS utilizado no ensaio de vibração ambiental [16]

Para cada uma das secções em análise foram recolhidos registos com uma duração de 16 minutos amostrados a 100Hz, resultados que foram decimados para o intervalo 0-5Hz, cujo conteúdo espectral foi analisado [15]. Na Figura 3.13 são apresentados os espectros de potência médios, referentes a cada conjunto de medições realizadas, nos quais os picos correspondem às frequências de vibração da estrutura.

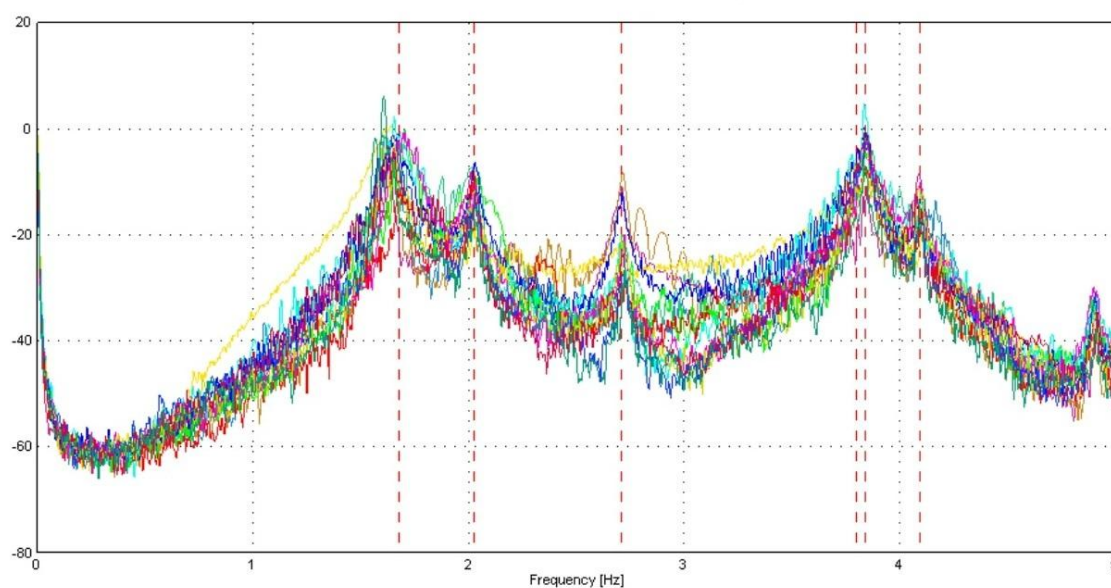


Fig. 3.13 – Espectros de potência médios referentes a cada conjunto de medições [15]

A determinação dos parâmetros modais foi ainda realizada através do software ARTEMIS recorrendo a dois tipos de algoritmos: “Enhanced Frequency Domain Decomposition” (EFDD) e “Stochastic Subspace Identification” (SSI). As figuras 3.14 e 3.15 mostram os resultados obtidos através da utilização destes dois algoritmos.

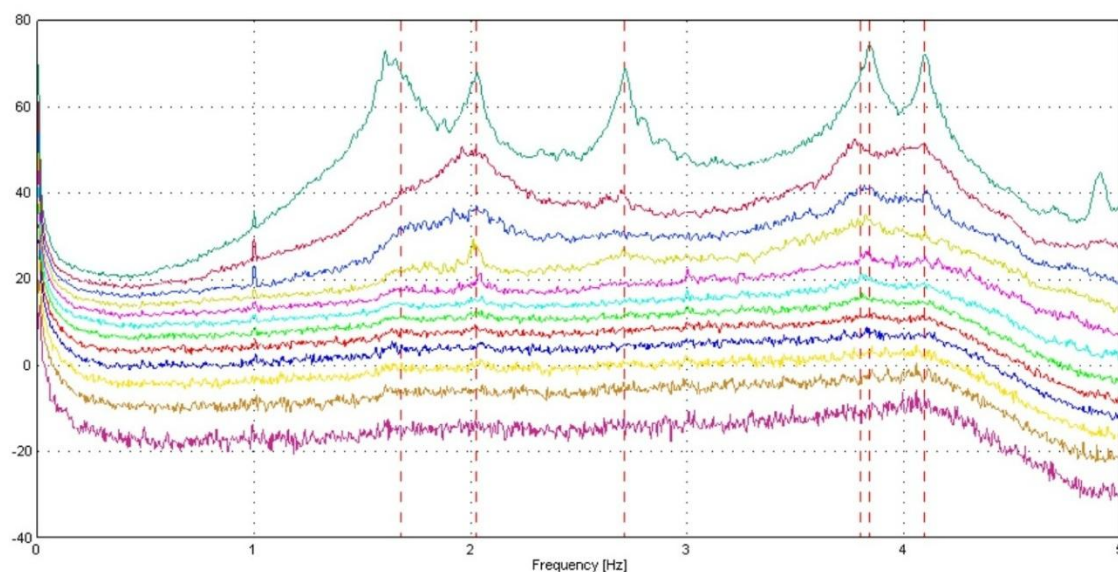


Fig. 3.14 - Valores singulares médios resultantes da aplicação do método EFDD [15]

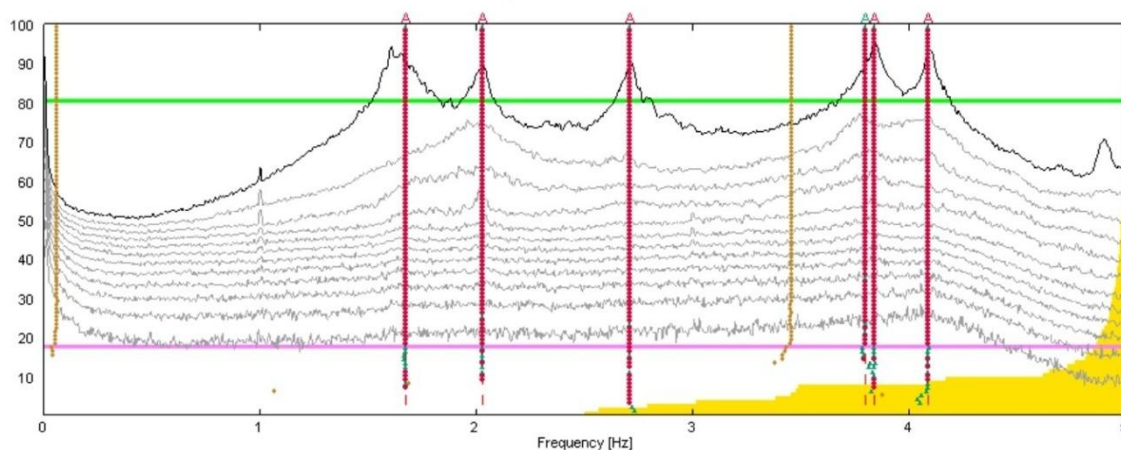


Fig. 3.15 - Diagrama de estabilização correspondente à aplicação do método SSI [15]

Da análise dos resultados pode-se concluir que nos dois algoritmos as frequências são consistentes e que, associado à primeira frequência identificada, surge um duplo pico significando que a mesma pode sofrer oscilação importante conforme a amplitude de vibração. O relatório do ViBEST [15] refere ainda que este valor da frequência é de 1,69Hz quando a estrutura não é solicitada por peões, baixando para 1,60Hz quando existe excitação pedonal. Este caso foi também identificado na frequência relativa ao 3º modo de vibração.

Na tabela 3.4 são apresentados os resultados obtidos neste ensaio (frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais) fazendo uma comparação com as frequências obtidas em projeto. Nas Figuras 3.16 a 3.18 são apresentadas as configurações dos três primeiros modos de vibração.

Tabela 3.4 – Comparação entre as frequências naturais calculadas em projeto e medidas nos ensaios e coeficientes de amortecimento modais [15]

Modo	Frequência em Projeto (Hz)	Frequência Ensaio (Hz)	Coefficiente de Amortecimento Modal (%)
1	1,50	1,64	1,34
2	2,45	2,03	0,93
3	2,88	2,71	0,60
4	4,31	3,84	0,52
5	4,72	4,09	0,33

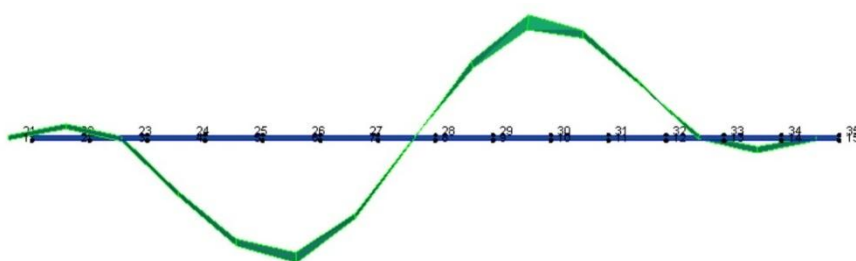


Fig. 3.16 – Configuração do 1º modo de vibração [15]

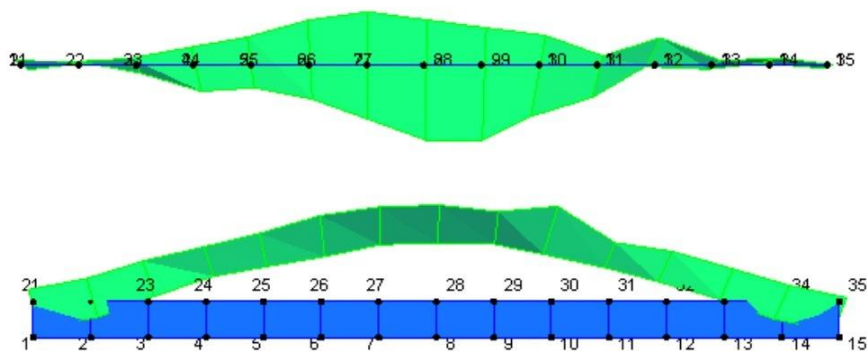


Fig. 3.17 – Configuração do 2º modo de vibração [15]

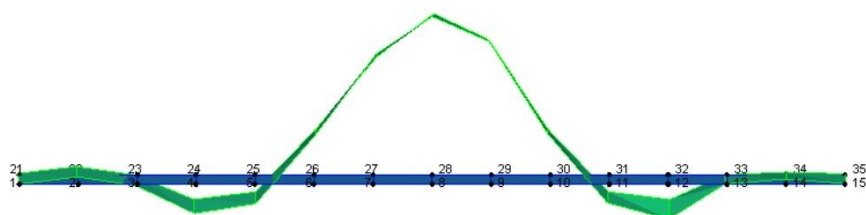


Fig. 3.18 – Configuração do 3º modo de vibração [15]

### 3.3.3.2. Ensaio de Vibração Livre

De forma a caracterizar com rigor os coeficientes de amortecimento correspondentes a cada modo de vibração crítico, foram realizados ensaios de vibração livre. Estes ensaios foram divididos em dois tipos: um com a libertação súbita de um bloco de 900kg de dois pontos distintos do arco e outro com um peão a saltar num ponto fixo de forma a entrar em ressonância com os modos de vibração críticos.

No ensaio com libertação do bloco foram conduzidos seis ensaios, três em que o bloco foi suspenso ao nível do eixo e outros três em que o bloco foi suspenso numa das extremidades do arco. Em qualquer uma das situações a suspensão do bloco foi realizada através de um gancho fixo colocado a cerca de 4 metros do arranque do arco da ponte. Tal como no ensaio de vibração ambiental foram usados 5 sismógrafos para a obtenção da resposta da estrutura.

Nas Figuras 3.19 e 3.20 são esquematizadas a colocação do bloco e dos diferentes sismógrafos em cada uma das situações acima descritas. Na Figura 3.21 são apresentadas duas fotografias captadas durante a realização dos ensaios.

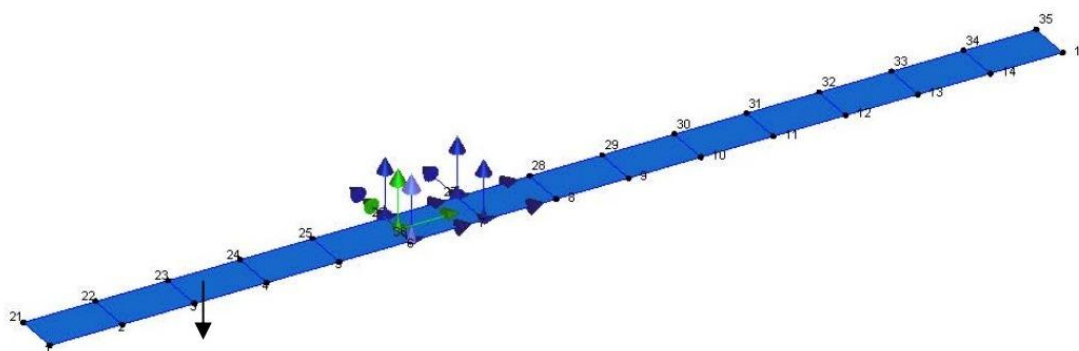


Fig. 3.19 – Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco alinhado com o eixo da ponte [15]

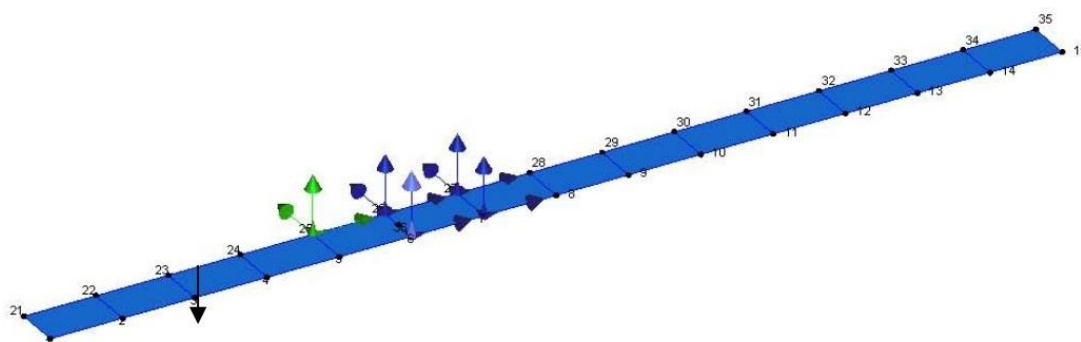


Fig. 3.20 – Posição do bloco e dos sismógrafos para os ensaios com o bloco na extremidade do arco [15]





Fig. 3.21 – Operação de suspensão e corte do bloco durante os ensaios de vibração livre [15]

Na Figura 3.22 é apresentada a resposta da estrutura face à libertação do bloco suspenso na extremidade do arco, bem como a envolvente que permite calcular o amortecimento modal através da equação (3.7).

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \left( \frac{u_1}{u_{n+1}} \right) \quad (3.7)$$

em que  $\xi$  é o amortecimento modal,  $u_1$  é o deslocamento máximo medido num instante e  $u_{n+1}$  é o deslocamento máximo  $n$  períodos depois.

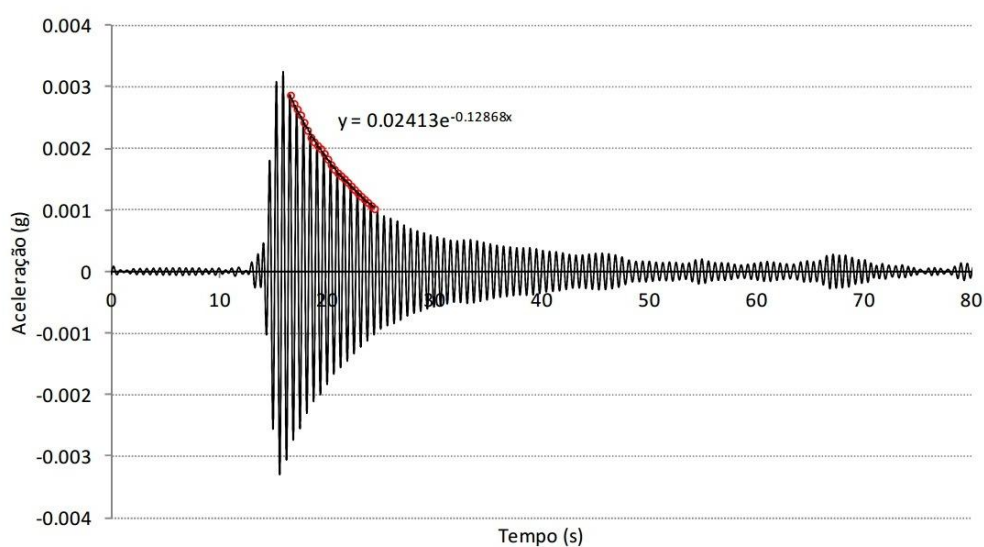


Fig. 3.22 – Resposta da estrutura aquando da libertação do bloco suspenso na extremidade do arco [15]

No ensaio em que foi induzida uma excitação por um peão em salto, o peão saltava na secção de componente modal máxima com uma frequência próxima da do modo em estudo, usando como referência um metrónomo. A paragem brusca dos saltos permitiu registar o comportamento da estrutura em vibração livre para ser possível calcular o amortecimento modal. Este ensaio permitiu tirar conclusões sobre os modos na gama de frequências entre 2,0 e 4,0Hz, facto que não tinha sido possível no ensaio com libertação do bloco suspenso. Na Figura 3.23 apresenta-se a resposta obtida na secção de meio vão para saltos com frequência de 2,65Hz.

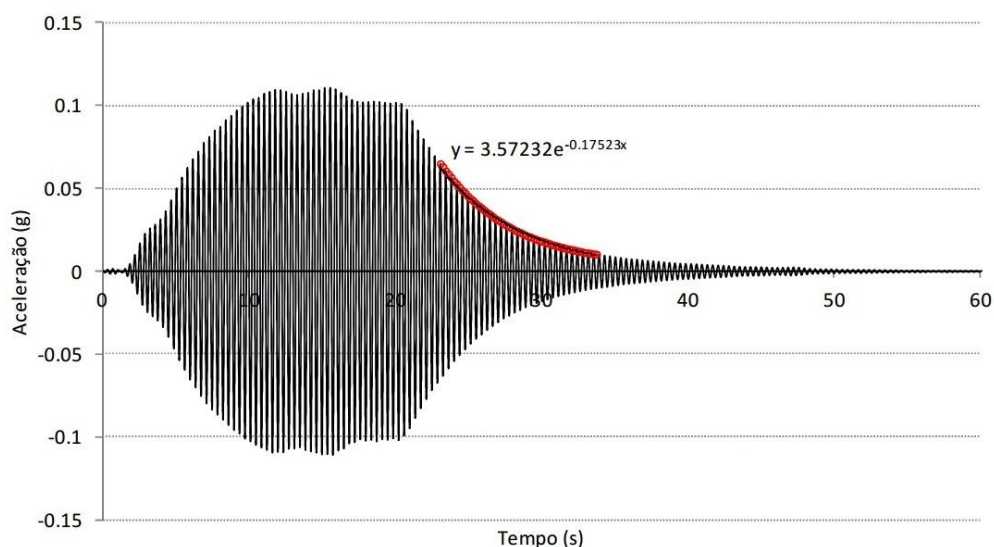


Fig. 3.23 – Resposta da estrutura aquando da excitação induzida pelo salto de um peão com frequência de 2,65Hz [15]

Os resultados dos ensaios de vibração livre são compilados na Tabela 3.5, juntamente com os resultados obtidos em projeto e no ensaio de vibração ambiental.

Tabela 3.5 – Frequências naturais e coeficientes de amortecimento modais identificados em projeto e através dos diferentes ensaios realizados [15]

Modo	Frequência em Projeto (Hz)	Frequência Vib. Ambiental (Hz)	Frequência Vib. Livre (Hz)	$\xi_{\text{Ambiental}}$ (%)	$\xi_{\text{Livre}}$ (%)
1	1,50	1,64	1,60	1,34	1,13 - 1,30
2	2,45	2,03	1,99	0,93	1,15
3	2,88	2,71	2,65 - 2,71	0,60	0,56 – 1,05
4	4,31	3,84	n.d.	0,52	n.d.
5	4,72	4,09	4,05	0,33	0,49

Numa análise aos resultados obtidos, pode-se concluir que os valores do ensaio de vibração ambiental estão concordantes com os dos ensaios de vibração livre, apesar de os ensaios de vibração ambiental exibirem resultados um pouco mais dispersos. Os resultados das frequências naturais para os ensaios de vibração livre são ligeiramente inferiores devido ao facto de neste tipo de ensaios os níveis de vibração serem superiores em relação aos ensaios de vibração ambiental, nos quais as ações são induzidas pela circulação esporádica de trabalhadores na ponte e pelo vento [15].

### 3.4. CARACTERIZAÇÃO DOS TMDs INSTALADOS

Após se determinar os valores das acelerações para diferentes condições de utilização (Tabela 3.6) e se estabelecer os níveis de conforto segundo o Sétra (Tabela 2.1), concluiu-se que a ponte pedonal exibiria um nível de conforto mínimo numa situação de utilização de um grande fluxo de peões em marcha lenta, sendo que poderia ser submetida a níveis intoleráveis aquando da passagem de peões em salto rítmico ou jogging [17].

Tabela 3.6 – Resultados mais gravosos da análise dinâmica realizada pelo projetista [17]

Modo	Cenário	Frequência (Hz)	$a_{x,máx}$ (m/s <sup>2</sup> )	$a_{z,máx}$ (m/s <sup>2</sup> )
1	1 Pessoa em andamento lento	1,50	$\approx 0$	0,47
	Andamento lento de 0,5P/m <sup>2</sup>	1,44	$\approx 0$	1,45
2	1 Pessoa em jogging	2,45	1,46	1,15
	Andamento acelerado de 0,5P/m <sup>2</sup>	2,34	0,36	0,28
3	1 Peão em corrida	2,88	0,27	4,04
	1 Peão em corrida	2,80	0,07	0,90

De forma a atenuar as vibrações induzidas pela passagem dos peões e depois de diversos estudos levados a cabo pelo Laboratório de Vibrações e Monitorização de Estruturas (ViBEST) foram instalados dois TMDs na ponte pedonal de Santo Tirso sintonizados para os 1º e 3º modos. Os TMDs foram localizados nos anti-nodos dos modos de vibração (Figura 3.24) e as suas características são as apresentadas na Tabela 3.6, na qual  $f_{TMD}$ ,  $M_{TMD}$ ,  $K_{TMD}$  e  $C_{TMD}$  correspondem, respetivamente, à frequência, massa, rigidez e amortecimento dos TMDs. A designação de cada um dos TMDs é baseada de acordo o sistema de monitorização, sendo os TMDs 6 e 7 correspondem ao 1º modo e os TMDs 4 e 5 correspondem ao 3º modo.

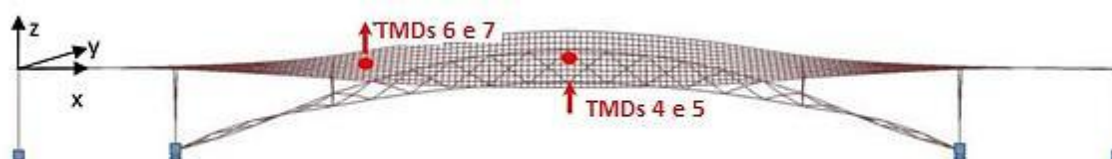


Fig. 3.24 – Localização dos TMDs instalados na ponte pedonal [16]

Tabela 3.6 – Características dos TMDs [16]

Modo/ TMDs	Frequência (Hz)	Massa Modal (kg)	Características do TMD				Desl. Relativo (mm)
			$f_{TMD}$ (Hz)	$M_{TMD}$ (kg)	$K_{TMD}$ (N/m)	$C_{TMD}$ (Ns/m)	
1/6, 7	1,59	81544	1,56	1400	135050	2150	±100
3/4, 5	2,65	40792	2,61	700	187570	1790	±100

Dadas as limitações de espaço e as condicionantes estéticas, cada um dos TMDs foi dividido em duas unidades e colocados simetricamente em relação ao eixo longitudinal do tabuleiro nas respectivas secções [16].

Os diferentes dispositivos de controlo foram fabricados pela empresa Socometal e foram ensaiados antes da sua instalação na ponte pelo ViBEST. As Figuras 3.25 e 3.26 ilustram os dois dispositivos no momento dos ensaios e as Figuras 3.27 e 3.28 mostram a instalação dos TMDs na ponte pedonal. No Anexo A2 são apresentados os desenhos de projeto dos dois TMDs.

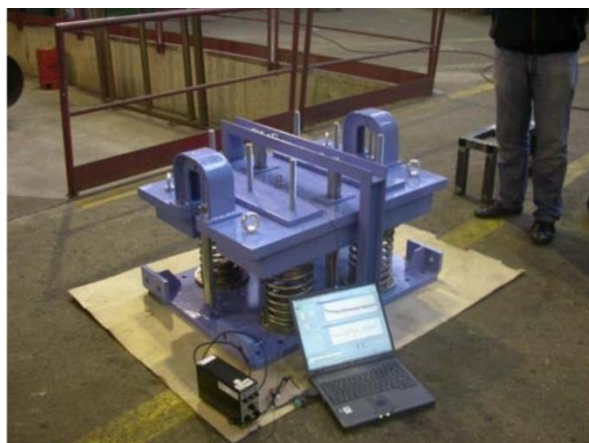


Fig. 3.25 – Unidade do TMD da secção de quarto de vão [16]



Fig. 3.26 – Unidade do TMD da secção de meio vão [16]





Fig. 3.27 – Instalação dos TMDs na ponte pedonal [16]



Fig. 3.28 – Instalação de uma unidade do TMD da secção de quarto de vão [16]

### 3.5. CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA DE MONITORIZAÇÃO DINÂMICO

A fim de se observar os níveis de vibração gerados pelas cargas induzidas pelos peões e avaliar a dinâmica das massas dos dispositivos de controlo, foi implementado um sistema de monitorização dinâmica na ponte pedonal. Este sistema é constituído por 7 acelerómetros e 4 sensores de temperatura conectados a um sistema de aquisição de dados. A descrição deste sistema de monitorização é baseada no artigo elaborado por Caetano [18].

Três dos acelerómetros que compõem o sistema medem diretamente as acelerações no pavimento, sendo que dois avaliam as direções horizontal e vertical da secção de meio vão, acelerómetros 1 e 2 respetivamente, e um avalia a direção vertical da secção de  $\frac{1}{4}$  de vão, acelerómetro 3. Os restantes quatro acelerómetros estão instalados em cada uma das massas dos dispositivos de controlo, sendo que os acelerómetros 4 e 5 se encontram nas massas das unidades do TMD de meio vão e os acelerómetros 6 e 7 nas massas das unidades do TMD de  $\frac{1}{4}$  de vão.

Os sensores de temperatura são usados para medir a temperatura em diferentes secções do tabuleiro, sendo colocados na superfície entre as lajes de betão e a estrutura metálica. Duas unidades (sensores 8 e 9) medem a temperatura em cada um dos extremos da secção de meio vão e as outras duas (sensores 10 e 11) medem a temperatura em cada um dos extremos de uma secção entre a secção de meio vão e a secção de  $\frac{1}{4}$  de vão.

Na Figura 3.29 é apresentado um esquema da localização dos acelerómetros e dos sensores de temperatura instalados na ponte. É de salientar que a numeração expressa neste esquema é a numeração utilizada no Capítulo 5 para denominar os TMDs.

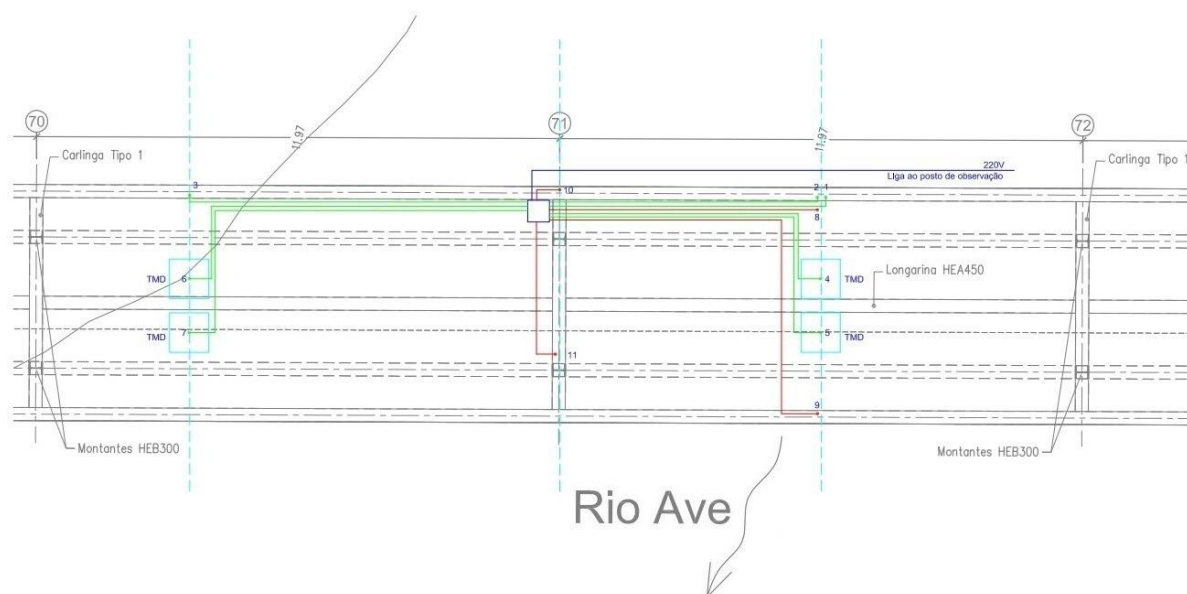


Fig. 3.29 – Esquema da localização dos acelerómetros e sensores de temperatura

O sistema de aquisição consiste num chassis compacto da National Instruments composto por duas placas para aquisição de acelerações e uma placa para aquisição de temperaturas. Este hardware está instalado numa caixa metálica fixada à estrutura numa secção intermédia aos TMDs por forma a minimizar o comprimento dos cabos e o ruído nos sinais. A Figura 3.30 apresenta a caixa metálica com o sistema de aquisição.

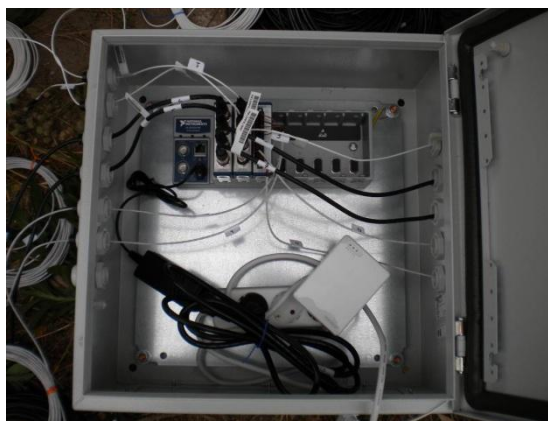


Fig. 3.30 – Caixa metálica do sistema de aquisição de dados [18]

Para controlar o chassis foi instalado um posto de observação constituído por um computador no pilar de betão extremo da margem esquerda. A comunicação entre os dois equipamentos dá-se através de duas powerlines que permitem a transferência de dados utilizando a instalação elétrica da ponte. Na Figura 3.31 é ilustrada localização da caixa de observação.

Neste posto de observação encontra-se também o sistema de comunicação para transferência local de dados ou para o envio de dados para a FEUP. Assim, é possível aceder aos dados “in situ” através de uma rede sem fios ou através do banco de dados na FEUP onde são organizados e armazenados os dados enviados por uma ligação móvel 3G.



Fig. 3.31 – Localização da caixa de observação [18]

Os registos adquiridos são organizados em dois tipos, isto é, arquivos de aceleração em função do tempo e arquivos contendo registos de temperatura. Os sinais medidos pelos sete acelerómetros instalados na estrutura são adquiridos por períodos de 10 minutos, usando uma frequência de amostragem de 2kHz, sendo, posteriormente, reamostrados para uma frequência de 50Hz e armazenados no disco rígido local. Por outro lado, os quatro sensores de temperatura são medidos separadamente por períodos de 30 minutos com uma amostragem de 1Hz.

# 4

## MODELO NUMÉRICO DA PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO

### 4.1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista uma análise do comportamento dos TMDs instalados na estrutura foi desenvolvido um modelo numérico de elementos finitos 3D da Ponte Pedonal em Santo Tirso através do software Robot Strucutural Analysis 2013 da Autodesk.

Este modelo, depois de calibrado com os ensaios realizados pelo ViBEST [15], foi usado para simular a passagem dos peões sobre a estrutura e para validar o funcionamento dos dispositivos de controlo.

A pormenorização da construção do modelo e a comparação dos resultados obtidos no mesmo com os dos ensaios experimentais são detalhados no presente capítulo.

### 4.2. ASPETOS GERAIS DA MODELAÇÃO

O modelo adotado para a Ponte Pedonal em Santo Tirso é um modelo constituído por elementos de barra para os elementos metálicos e de casca para os pilares de betão e para as lajes. Para a realização mais aproximada dos arcos, estes foram divididos em 84 elementos de barras. No caso das lajes adotou-se uma malha espaçada de 0,75 metros e no caso dos pilares de aproximadamente 0,55 metros. A Figura 4.1 ilustra uma vista geral do modelo realizado.

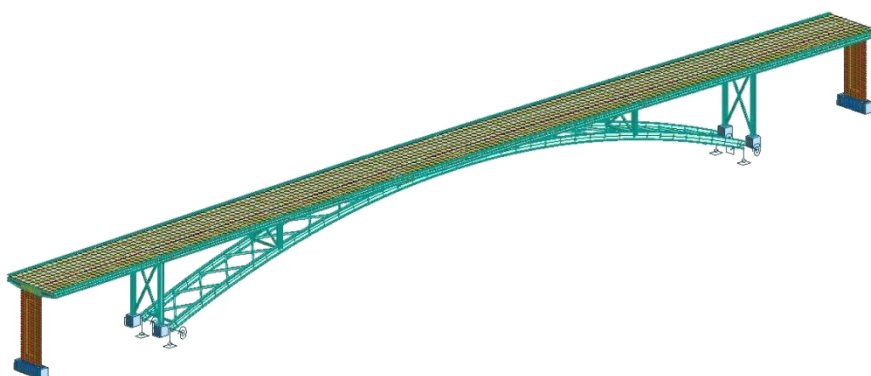


Fig. 4.1 – Vista geral do modelo de elementos finitos da Ponte de Santo Tirso

Para se conseguir uma modelação com um maior rigor ao nível das ligações entre as lajes e a estrutura metálica, realizou-se a modelação dos diferentes elementos ao seu eixo, ao contrário do que é normal fazer-se em situações semelhantes em que se tem elementos de casca a ligar a elementos de barra. Assim, o tabuleiro foi modelado por uma laje de altura constante, não fazendo a distinção entre a laje com e sem “deck”, simplificação que não alterou muito os resultados dado que a diferença era mínima. Uma secção do tabuleiro é ilustrada na Figura 4.2.

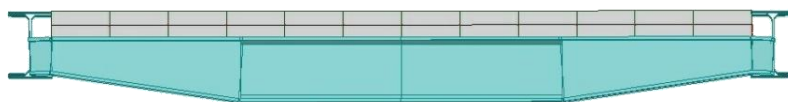


Fig. 4.2 – Modelação da laje de tabuleiro e da carlinga extrema

Para uma maior facilidade de modelação, as lajes foram divididas em painéis de comprimento igual à distância entre montantes.

As ligações entre a laje e as longarinas tiveram especial atenção dado que na estrutura real as longarinas exteriores são elementos que restringem os deslocamentos transversais do tabuleiro e servem de apoio vertical, enquanto que a longarina central apenas funciona como apoio simples vertical.

Na modelação este detalhe foi realizado através de ligações rígidas (“rigid links”) que restringem os graus de liberdade transversais e verticais, no caso da ligação entre a laje e a longarina exterior, e o grau de liberdade vertical, no caso da ligação da laje à longarina central. Assim, as longarinas exteriores foram divididas em elementos com comprimento semelhante à malha da laje (0,6 metros), sendo que as ligações rígidas se efetuam com um espaçamento de 1,8 metros.

No que diz respeito à ligação entre a laje de tabuleiro e a longarina central, o procedimento foi semelhante, mudando apenas o tipo de ligação rígida de acordo com o exposto anteriormente.

Na Figura 4.3 são ilustradas a modelação das ligações da laje às diferentes longarinas.

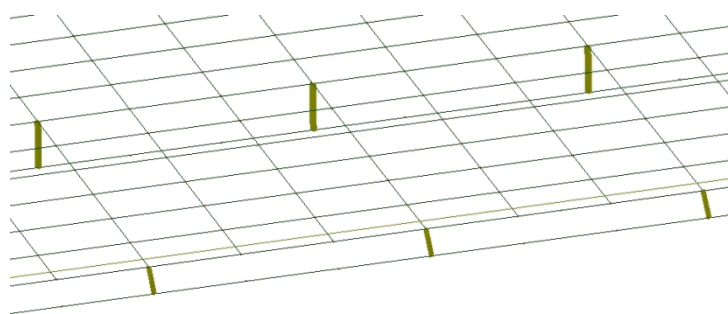


Fig. 4.3 – Ligações entre a laje e as longarinas exterior e central

As restrições aos deslocamentos longitudinais relativos entre a laje do tabuleiro e a estrutura metálica foram asseguradas através de uma ligação rígida entre a laje e as carlingas extremas bloqueando os deslocamentos verticais e longitudinais.

A ligação entre os pilares de betão e as carlingas extremas tem uma grande rigidez, libertando apenas os graus de liberdade referentes às rotações visto que essa ligação possui um aparelho de apoio de



neoprene. Na modelação este facto foi tido em conta com uma ligação rígida que bloqueia os graus de liberdade de translação entre os nós superiores do pilar de betão e os da carlinga.

Estas ligações nas extremidades da ponte são mostradas na Figura 4.4.

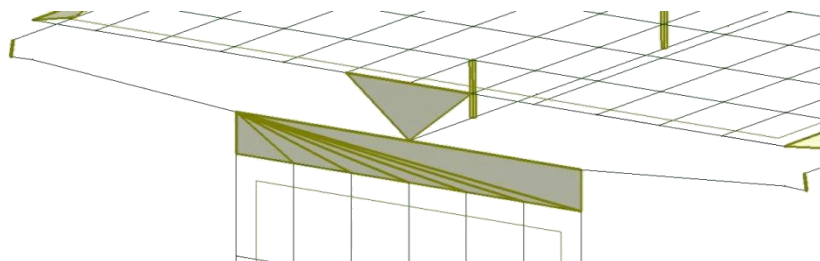


Fig. 4.4 – Pormenor das ligações nas extremidades da ponte

Em relação às ligações entre elementos da estrutura metálica são de referir as ligações entre as longarinas e as carlingas, as ligações entre os montantes e as carlingas e as ligações dos contraventamentos do arco e dos montantes.

A ligação entre as longarinas e as carlingas é uma ligação soldada, por isso, no modelo foi usada uma ligação rígida que representasse a total continuidade de esforços entre os elementos.

No caso da ligação entre os montantes e as carlingas esta é uma ligação contínua em todos os montantes com exceção dos dois centrais, nos quais existe libertação dos graus de liberdade de rotação uma vez que são montantes muito curtos e, consequentemente, muito rígidos. Na modelação este aspeto foi tido em conta aplicando uma libertação desses graus de liberdade no topo dos montantes através da funcionalidade “releases”, sendo que, para compatibilizar os deslocamentos longitudinais, procedeu-se a uma ligação elástica de 20000kN/m que foi calibrada com base nos resultados experimentais.

Os contraventamentos do arco e dos montantes garantem a continuidade de esforços e as barras interseam-se no plano do eixo da ponte, como é demonstrado na Figura 4.5.

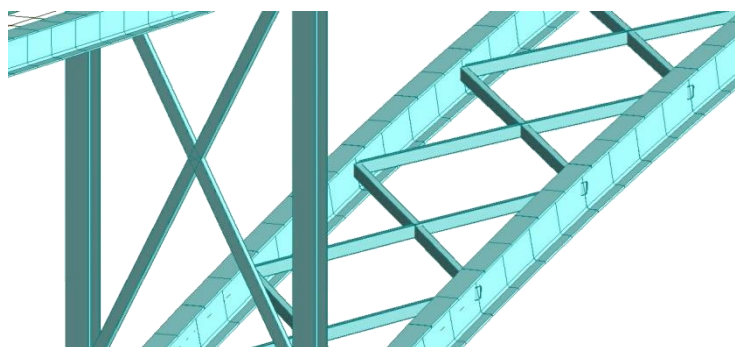


Fig. 4.5 – Pormenor dos contraventamentos do arco e dos montantes

Para as condições de apoio admitiu-se que os pilares de betão bem como os montantes extremos encontram-se encastrados na sua base. No caso do arco as suas condições de apoio influenciam bastante os parâmetros dinâmicos da estrutura. O arco desta estrutura funciona como um arco biarticulado, sendo que há restrição das rotações em todas as direções exceto na direção longitudinal.

Na modelação foi introduzido um apoio encastrado com uma rigidez de rotação na direção longitudinal de 750kN.m/Grau, por se considerar que existe sempre um atrito residual nesse grau de liberdade.

Na Figura 4.6 está ilustrado o alçado do modelo da ponte e na Figura 4.7 a sua planta.



Fig. 4.6 – Alçado da ponte com representação dos apoios

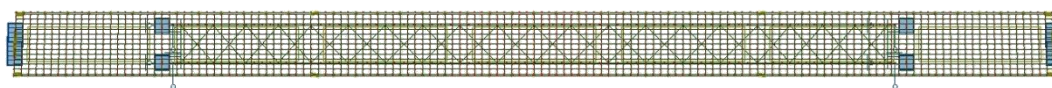


Fig. 4.7 – Planta da ponte com representação da malha de elementos finitos da laje

Na Tabela 4.1 estão indicadas as frequências dos modos de vibração obtidos através do software de cálculo automático, bem como as respetivas massas modais. Nas Figuras 4.8 a 4.17 são demonstradas as configurações dos diferentes modos de vibração.

Tabela 4.1 – Características dos modos de vibração obtidos no cálculo por elementos finitos

Modo	Frequência (Hz)	Massa Modal (kg)	Configuração
1	1,58	77013,74	Flexão Longitudinal Assimétrica
2	2,04	81835,40	Torção
3	2,74	37037,21	Flexão Longitudinal Simétrica
4	3,64	105563,69	Flexão Longitudinal
5	3,99	69446,36	Flexão Longitudinal
6	4,09	64430,47	Torção
7	4,27	15871,03	Torção
8	4,88	65074,09	Flexão Longitudinal
9	5,80	66445,71	Flexão Longitudinal
10	6,02	17343,12	Torção



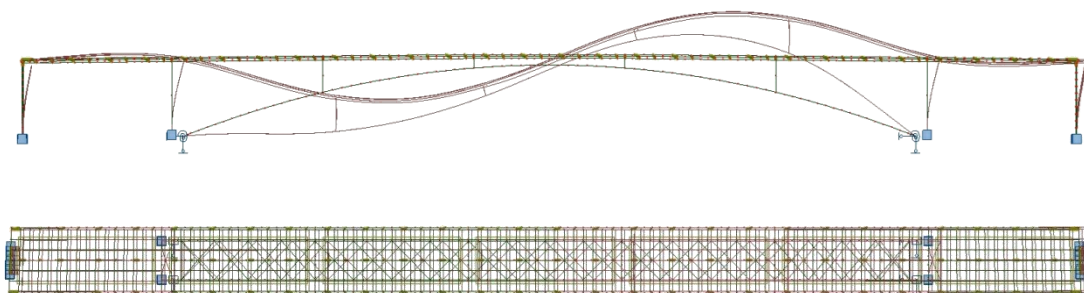


Fig. 4.8 – Alçado e planta da configuração do 1º modo de vibração do modelo

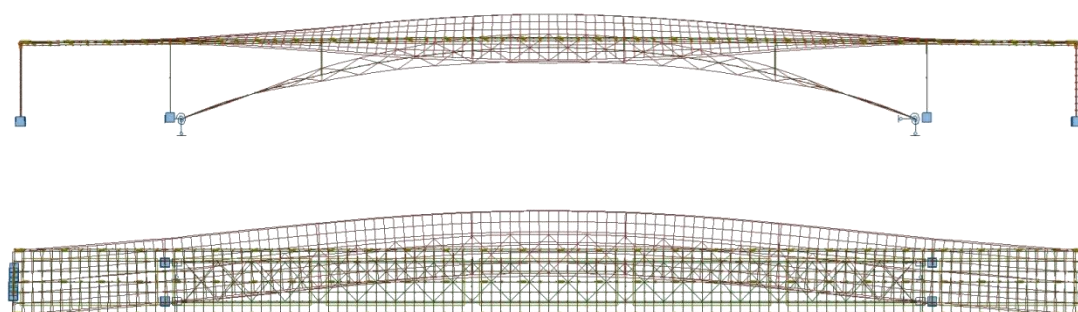


Fig. 4.9 – Alçado e planta da configuração do 2º modo de vibração do modelo

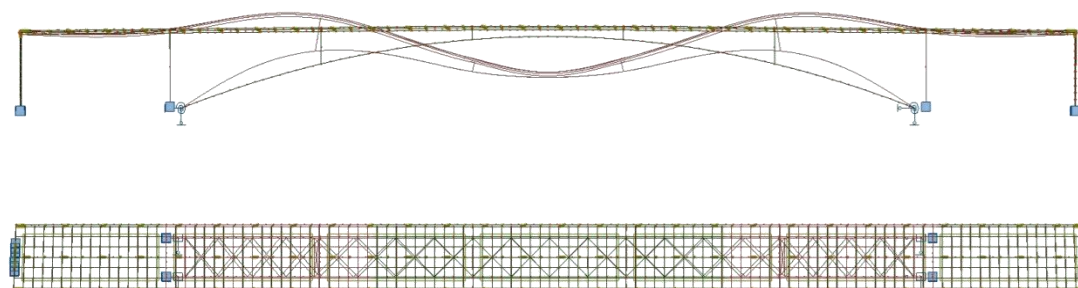


Fig. 4.10 – Alçado e planta da configuração do 3º modo de vibração do modelo

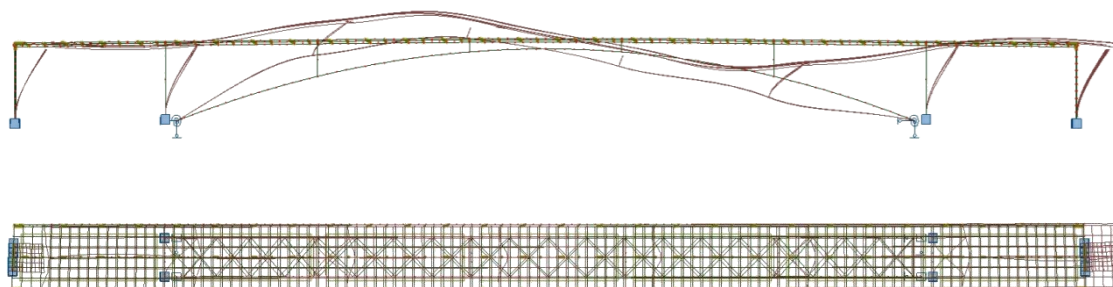


Fig. 4.11 – Alçado e planta da configuração do 4º modo de vibração do modelo

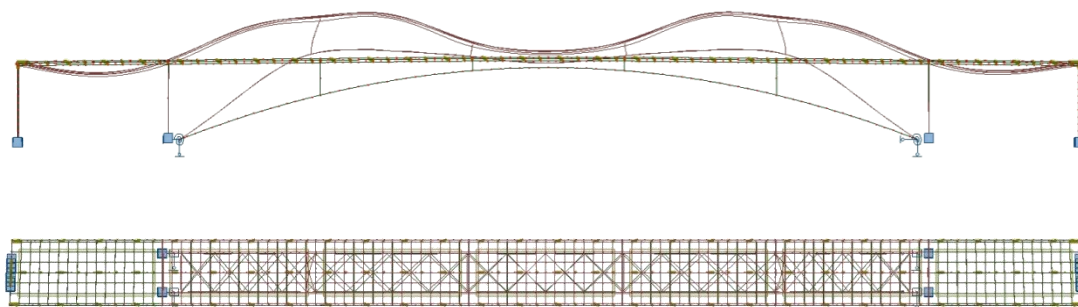


Fig. 4.12 – Alçado e planta da configuração do 5º modo de vibração do modelo

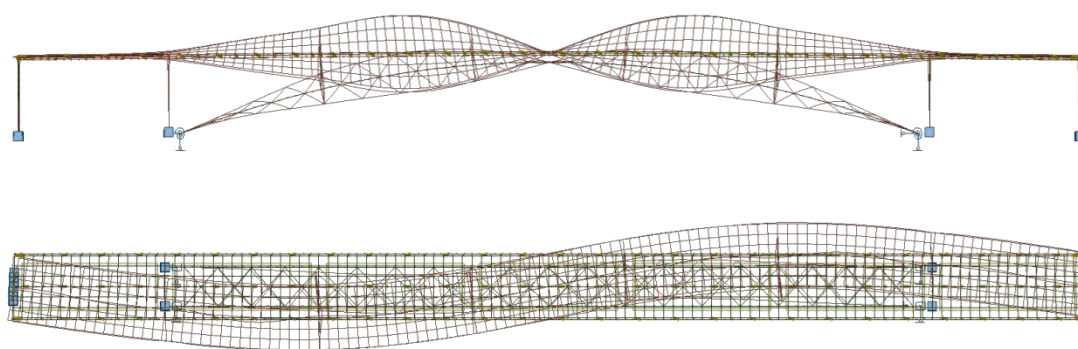


Fig. 4.13 – Alçado e planta da configuração do 6º modo de vibração do modelo

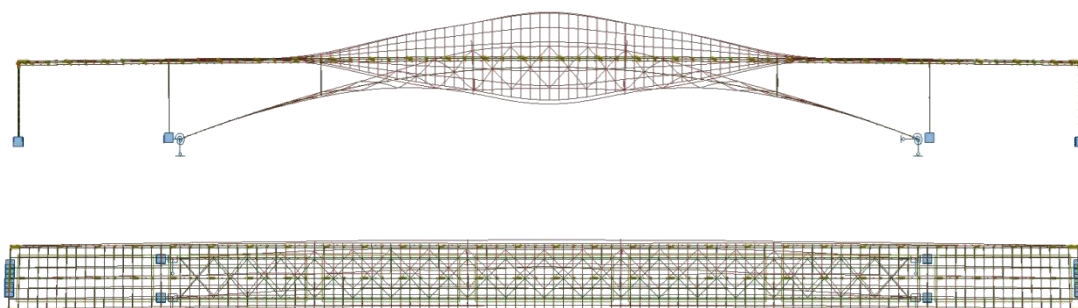


Fig. 4.14 – Alçado e planta da configuração do 7º modo de vibração do modelo

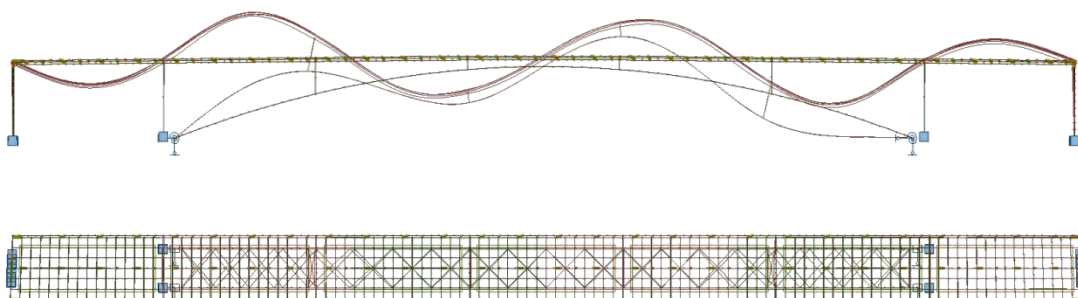


Fig. 4.15 – Alçado e planta da configuração do 8º modo de vibração do modelo

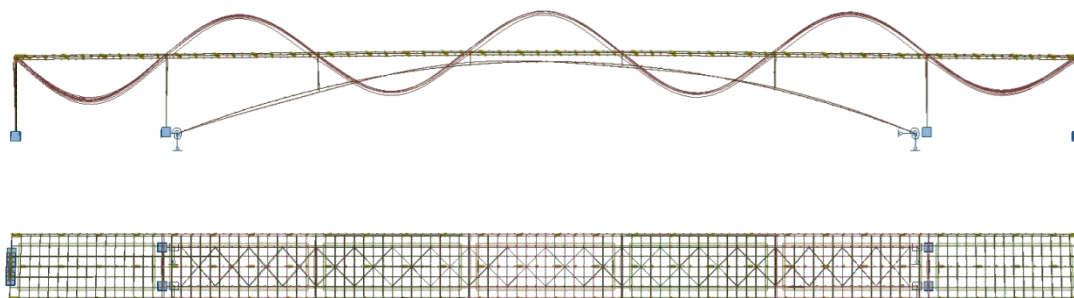


Fig. 4.16 – Alçado e planta da configuração do 9º modo de vibração do modelo

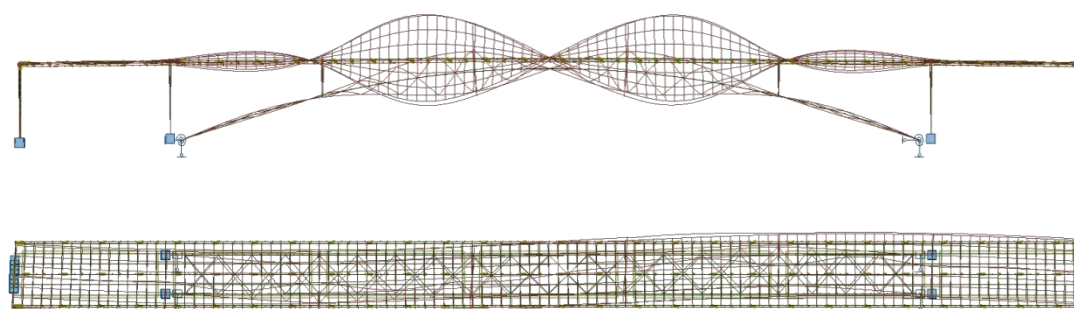


Fig. 4.17 – Alçado e planta da configuração do 10º modo de vibração do modelo

### 4.3. VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Por forma a desenvolver um estudo rigoroso das vibrações da estrutura, o modelo foi calibrado aproximando ao máximo os resultados obtidos no programa de cálculo com os resultados dos ensaios experimentais.

Na Tabela 4.2 são apresentados os resultados dos ensaios experimentais e os do modelo numérico.

Tabela 4.2 – Comparação das frequências dos ensaios com as do modelo

Modo	Frequência Vib. Ambiental (Hz)	Frequência Vib. Livre (Hz)	Frequência Modelo Numérico (Hz)	Desvio Vib. Ambiental (%)
1	1,64	1,60	1,58	- 3,7
2	2,03	1,99	2,04	+ 0,5
3	2,71	2,65 – 2,71	2,74	+ 1,1
4	3,84	n.d.	3,64	- 5,2
5	4,09	4,05	3,99	- 2,4

Através da comparação dos valores pode-se verificar que as frequências dos diferentes modos se encontram em consonância com as frequências determinadas experimentalmente, sendo que apenas a

frequência do quarto modo se encontra cerca de 5% inferior à determinada nos ensaios experimentais. Contudo pode-se dizer que o modelo tem uma boa correlação com os ensaios experimentais e pode ser usado no estudo das vibrações aquando da passagem de peões conforme será abordado no Capítulo 5.

# 5

## ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE PEDONAL EM SANTO TIRSO

### 5.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo será apresentada uma descrição da forma como foi conduzido o estudo do comportamento dinâmico da Ponte Pedonal em Santo Tirso. A metodologia seguida partiu da utilização do modelo numérico descrito no Capítulo 4, o qual serviu para determinar as propriedades modais da estrutura para, posteriormente, se obterem as respostas da estrutura através de uma análise modal, com subsequente recurso à integração de Duhamel e à Teoria de Espaço de Estado. Este estudo foi conduzido através de uma análise modal de forma a se simplificar o cálculo que servirá de base para a comparação dos resultados numéricos com os experimentais, comparação essa também exposta neste capítulo.

Partindo das frequências naturais da estrutura, o estudo focar-se-á na análise do 3º modo, sobretudo quando solicitado pela ação de peões em corrida. A análise do comportamento do 1º modo não tem grande interesse neste caso, em virtude dos correspondentes TMDs terem evidenciado uma fraca atividade ao longo dos últimos meses.

Além desta análise foi determinado, através das amostras recolhidas na monitorização da ponte, um valor teórico da aceleração da estrutura a partir da qual os TMDs começariam a funcionar. Esta análise foi realizada, mais uma vez, com base nos TMDs de meio vão, ou seja, referentes ao 3º modo de vibração.

### 5.2. ANÁLISE DA AÇÃO INDUZIDA PELO PEÃO EM CORRIDA NA ESTRUTURA SEM TMDs

Para a análise do peão em corrida foi realizado um estudo no modelo com a aplicação de uma carga pontual dinâmica na secção de meio vão, isto é, no ponto de coordenada modal máxima do 3º modo de vibração da estrutura, e sobre o eixo longitudinal da ponte (Figura 5.1).

Como foi exposto em 2.2., considerou-se o peso do peão de 700kN sendo que o fator de impacto dinâmico,  $K_p$ , foi calculado a partir da equação (2.3) aqui relembra (5.1).

$$K_p = \frac{\pi}{2f_p t_c} \quad (5.1)$$

Uma vez que se considera que a ação do peão é ressonante com a estrutura, tomou-se a frequência da passada igual à frequência do modo de vibração ( $f_3=2,74\text{Hz}$ ) e o tempo de contato pé-pavimento igual a 0,25s, obtendo-se uma carga semi-sinusoidal aplicada  $F_p$  dada por:

$$F_p(t) = \begin{cases} 1605,1 \cdot \sin(4\pi t) & t \leq 0,25 \\ 0 & 0,25 < t \leq 0,36 \end{cases} \quad (5.2)$$

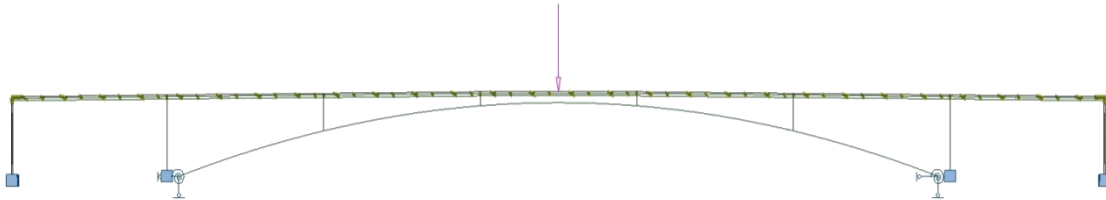


Fig. 5.1 – Esquema da localização da carga pontual dinâmica

A Figura 5.2 mostra a carga semi-sinusoidal que se repetirá durante uma duração correspondente a um tempo aproximado de 20 segundos.

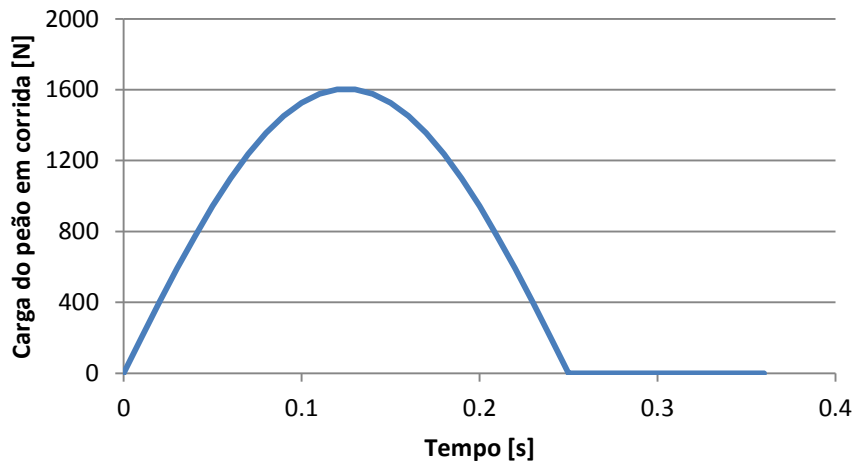


Fig. 5.2 – Função semi-sinusoidal da carga do peão em corrida

A resposta da estrutura foi calculada através da integração de Duhamel, que serviu de calibração e validação de um código MATLAB desenvolvido de acordo com a Teoria de Espaço de Estado (Anexo A3).

Uma vez que estes dois modelos funcionam através de parâmetros modais, foi necessário determiná-los através do programa de cálculo automático Robot Structural Analysis da Autodesk. Estes estão representados na Tabela 5.1, na qual  $\omega_3$  é a frequência angular,  $\phi_{3,máx}$  é a coordenada modal máxima,  $\zeta_3$  é o fator de amortecimento,  $M_3$ ,  $K_3$  e  $C_3$  a massa, rigidez e amortecimento modal, respetivamente.

Tabela 5.1 – Características modais do 3º modo de vibração

$f_3$ (Hz)	$\omega_3$ (rad/s)	$\phi_{3,máx}$	$\xi_3$ (%)	$M_3$ (kg)	$K_3$ (N/m)	$C_3$ (Ns/m)
2,74	17,216	0,005175	0,6	37340,43	11067261,05	7714,20

As respostas obtidas nestes dois modelos são apresentadas nas Figuras 5.3 e 5.4, sendo que os dois modelos dão o mesmo resultado de  $1\text{m/s}^2$  de aceleração máxima, validando assim o código MATLAB desenvolvido para a Teoria de Espaço de Estado.

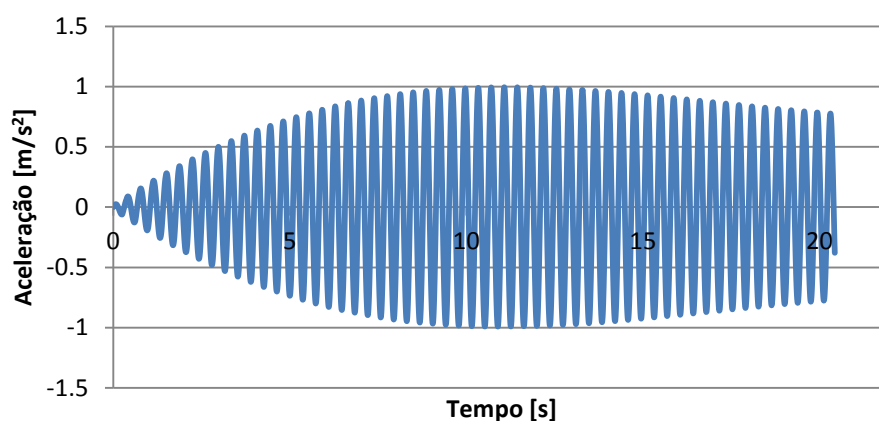


Fig. 5.3 – Deslocamento na secção de meio vão para uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração determinado pela integração de Duhamel

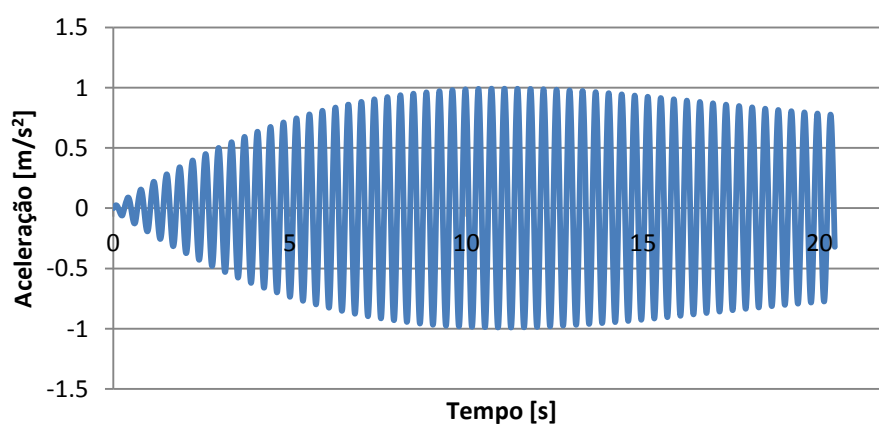


Fig. 5.4 – Deslocamento na secção de meio vão para uma carga semi-sinusoidal pontual em ressonância com o 3º modo de vibração determinado pela Teoria de Espaço de Estado

Após a determinação das respostas da estrutura sem TMDs, passou-se a usar a Teoria de Espaço de Estado por ser um modelo em que é possível fazer análises com mais do que um grau de liberdade,

facto que a integração de Duhamel não permite realizar em virtude do sistema com TMDs ter um amortecimento não-clássico e, portanto, não fazer análises modais.

### 5.3. ANÁLISE DA AÇÃO INDUZIDA PELO PEÃO EM CORRIDA NA ESTRUTURA COM TMDs

Utilizando a Teoria de Espaço de Estado procedeu-se à análise da ação do peão ressonante com a estrutura quando na mesma estão instalados os TMDs. O modelo usado no estudo é um modelo semelhante ao da Figura 2.13.

Para realizar o estudo foi necessário conhecer as características dos TMDs que são apresentadas na Tabela 5.2, sendo que o valor da rigidez foi ajustado para que os máximos da amplitude da resposta da estrutura fossem o mais aproximados possíveis (Figura 5.5).

Tabela 5.2 – Características dos TMDs da secção de meio vão

$f_{TMD}$ (Hz)	$\omega_{TMD}$ (rad/s)	$\xi_{TMD}$ (%)	$M_{TMD}$ (kg)	$K_{TMD}$ (N/m)	$C_{TMD}$ (Ns/m)
2,69	16,899	0,083	700	205000	1965,32

Com as características modais da estrutura e do TMD foram determinadas as diferentes matrizes necessárias ao cálculo, como é o caso da matriz de massa ( $\mathbf{M}$ ), da matriz de rigidez ( $\mathbf{K}$ ) e da matriz de amortecimento ( $\mathbf{C}$ ) que estão a seguir demonstradas.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 37340,43 & 0 \\ 0 & 700 \end{bmatrix} \quad (\text{kg}) \quad (5.3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 11272261,05 & -205000 \\ -205000 & 205000 \end{bmatrix} \quad (\text{N/m}) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 9679,53 & -1965,32 \\ -1965,32 & 1965,32 \end{bmatrix} \quad (\text{Ns/m}) \quad (5.5)$$

Antes de se usar a Teoria de Espaço de Estado, foram ainda calculadas as frequências de vibração do modelo de dois graus de liberdade através do programa Jacobi e de fórmulas que determinam a amplitude do movimento permanente, para se conhecer as frequências da ação ressonante.

Assim, através do programa Jacobi obtiveram-se as seguintes frequências de vibração:

$$f = \begin{bmatrix} 2,54 \\ 2,91 \end{bmatrix} \quad (\text{Hz}) \quad (5.6)$$

Quanto às frequências determinadas pelas fórmulas da amplitude do movimento permanente, expostas em 2.4.2., foram determinadas a partir dos máximos do gráfico da Figura 5.6 correspondentes à curva da amplitude do movimento com TMDs.



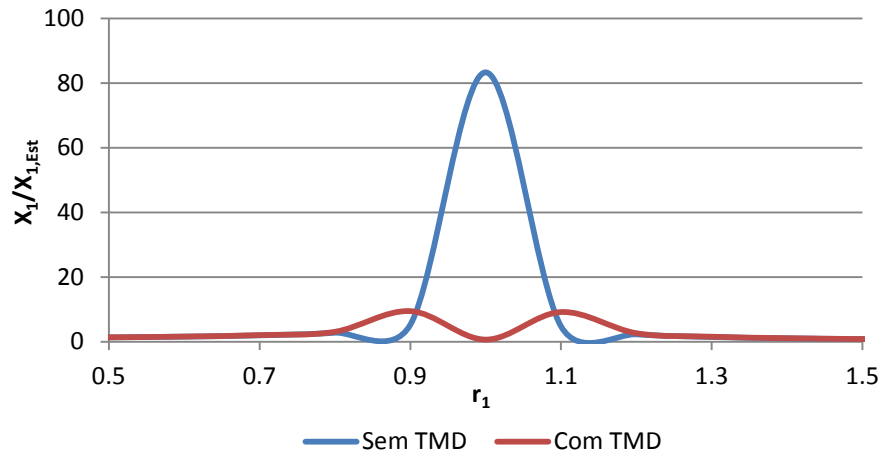


Fig. 5.5 – Amplitude do movimento da estrutura com e sem TMD em função do rácio de frequências ( $r_1$ )

Tomando os valores de 0,9 e 1,1 para os máximos da amplitude do movimento da estrutura com TMD, determinaram-se as seguintes frequências de vibração.

$$f = \begin{bmatrix} 2,47 \\ 3,01 \end{bmatrix} \quad (\text{Hz}) \quad (5.7)$$

Como se pode verificar os valores das frequências para as diferentes metodologias são muito aproximados. Para simplificar a modelação da ação dos peões, tomaram-se valores intermédios a estes dois métodos, de 2,50Hz e de 3,00Hz, e determinaram-se as forças semi-sinusoidais para se obter a resposta através da Teoria de Espaço de Estado. Estas cargas semi-sinusoidais são apresentadas nas Figuras 5.6 e 5.7, sendo que se repetem durante cerca de 20 segundos.

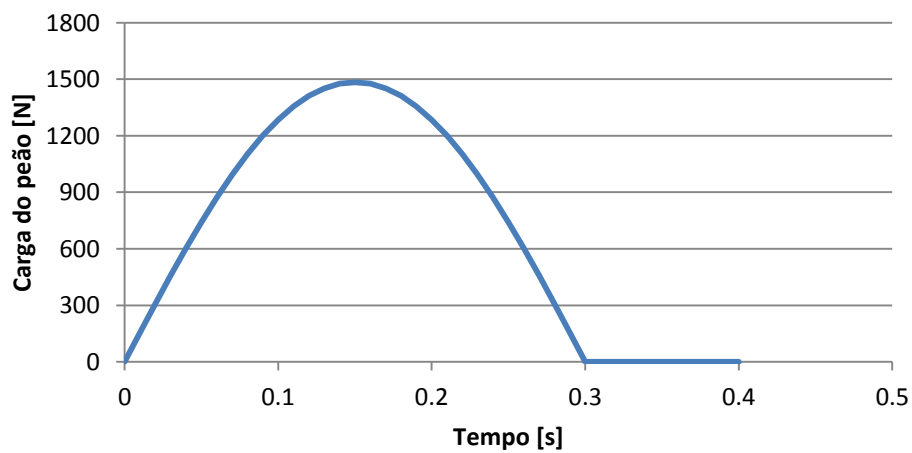


Fig. 5.6 - Função semi-sinusoidal da carga do peão para a frequência de 2,50Hz

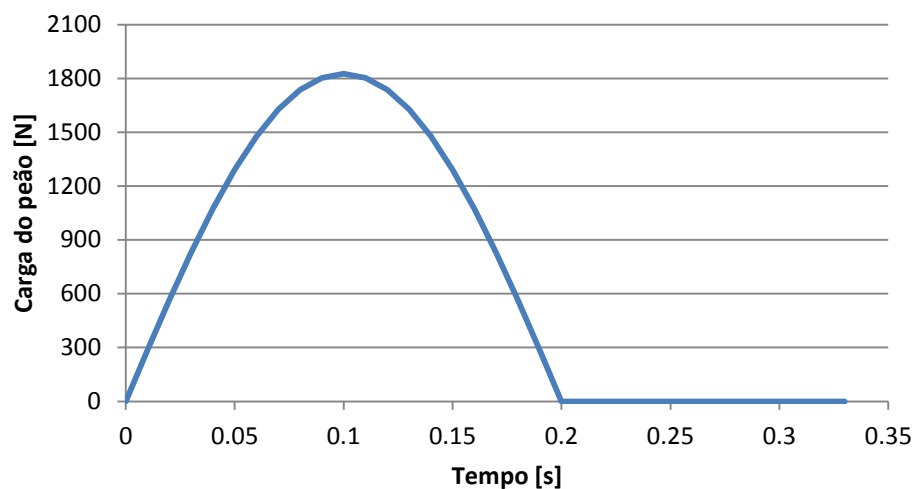


Fig. 5.7 - Função semi-sinusoidal da carga do peão para a frequência de 3.00Hz

Como referido em 2.4.2., esta teoria não permite obter respostas em acelerações, sendo que se calcularam as respostas em velocidades e procedeu-se a uma derivação numérica para obter a resposta em acelerações. Este procedimento foi adotado devido ao facto de as respostas experimentais serem medidas em acelerações. As respostas da estrutura a cada uma das funções de carga estão representadas nas Figuras 5.8 e 5.9.

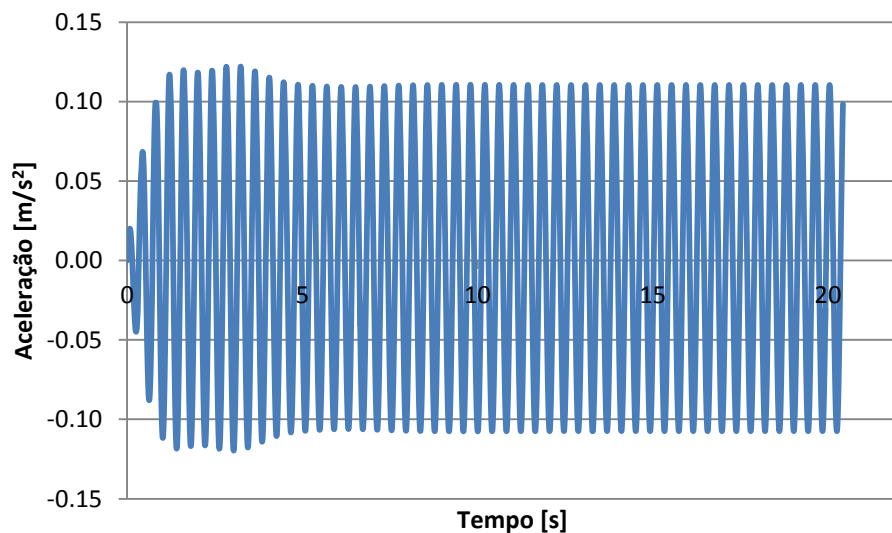


Fig. 5.8 – Resposta em acelerações da estrutura à carga semi-sinusoidal de frequência 2,50Hz

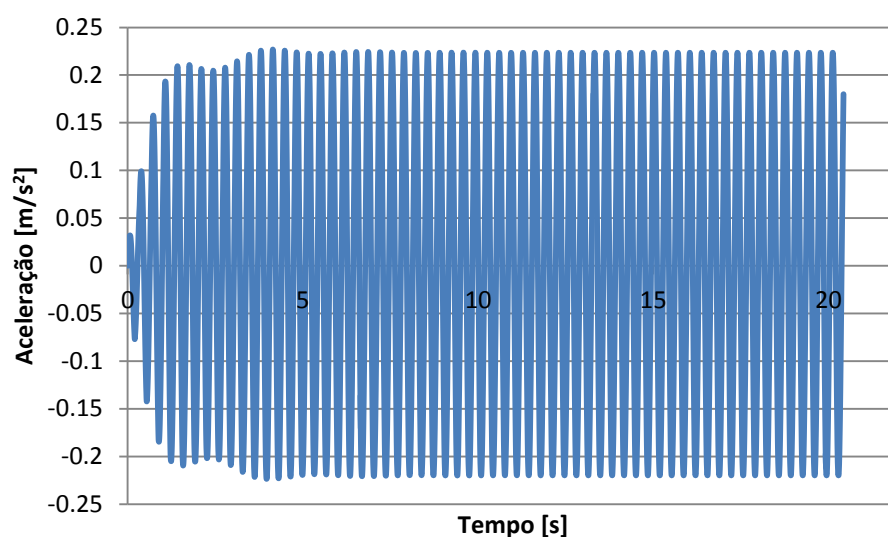


Fig. 5.9 – Resposta em acelerações da estrutura à carga semi-sinusoidal de frequência 3,00Hz

#### 5.4. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

O principal problema identificado na análise dos registos experimentais foi o facto de existir uma diferença na amplitude da aceleração entre os dois TMDs da secção de meio vão. A Figura 5.10 apresenta um gráfico das acelerações registadas no tabuleiro e em cada um dos TMDs a 12 de dezembro de 2012. Como explicado em 3.5., o TMD4 e o TMD5 correspondem, respetivamente, aos TMDs localizados a montante e a jusante do Rio Ave.

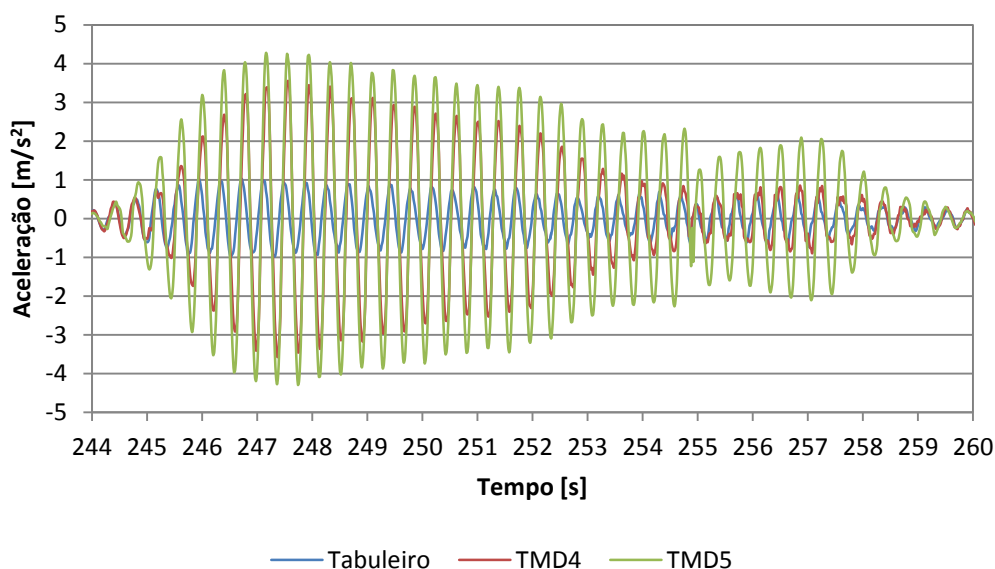


Fig. 5.10 – Acelerações registadas no tabuleiro e nos TMDs na secção de meio vão no dia 12 de dezembro de 2012

De forma a ser possível comparar os resultados numéricos com os resultados experimentais e uma vez que a ação real do peão poderá estar aplicada numa gama de frequências balizadas pelas duas frequências anteriores, avaliou-se também a resposta da estrutura e do TMD para frequências da passada dos peões entre 2,19Hz e 4,11Hz, estudando-se um intervalo um pouco maior do que o das frequências de 2,50Hz e 3,00Hz.

Com as respostas da estrutura e do TMD para as diferentes frequências da ação do peão, foram determinadas a diferença de fase ( $\alpha$ ) e a aceleração máxima relativa do TMD em relação à estrutura ( $a_{rel}$ ). Os respetivos valores são expostos na Tabela 5.3. As Figuras 5.11 e 5.12 representam os gráficos destes dois parâmetros em função do rácio de frequências ( $r_1$ ). Salienta-se que estes resultados são numéricos e representam as curvas de resposta expectáveis dos TMDs.

Tabela 5.3 – Diferença de fase e aceleração relativa para diferentes valores do rácio de frequências ( $r_1$ )

$r_1$	$\alpha$ (°)	$a_{rel}$ (m/s <sup>2</sup> )
0,80	23,65	0,038
0,90	27,00	0,330
0,95	56,16	0,863
1,00	78,91	0,975
1,05	93,31	0,992
1,10	129,60	0,703
1,15	136,08	0,419
1,20	142,13	0,128
1,30	153,79	0,022
1,40	152,06	-0,010
1,50	147,96	-0,036

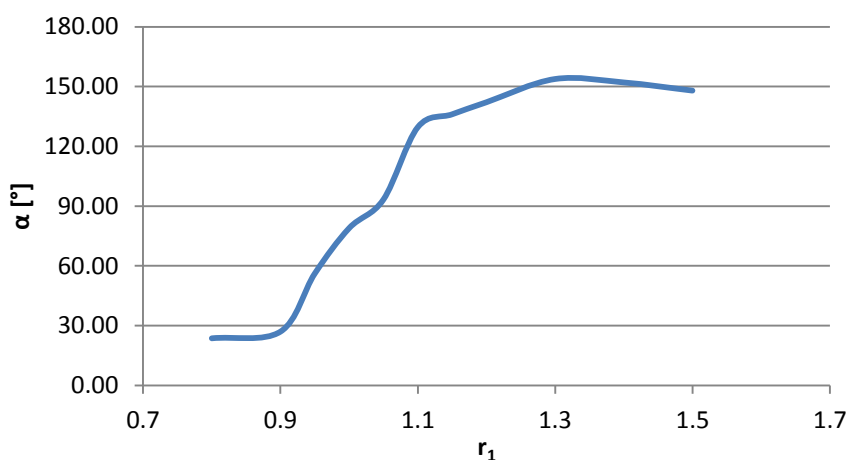


Fig. 5.11 – Curva da diferença de fase da resposta em função do rácio de frequências

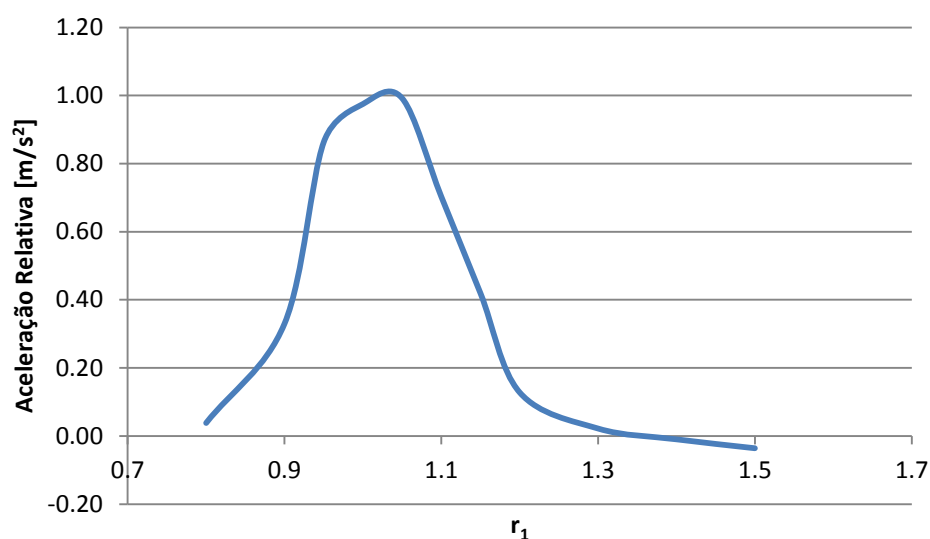


Fig. 5.12 – Curva da aceleração máxima relativa em função do rácio de frequências

A partir destes dois gráficos elaborou-se uma relação entre a aceleração máxima relativa do TMD com a estrutura e a diferença de fase entre a resposta do TMD e a resposta da estrutura. Adicionalmente realizou-se um levantamento de diversos resultados experimentais correspondentes que foram inseridos nesse mesmo gráfico de forma a verificar se os mesmos se encontram próximos da curva teórica relativa a parâmetros óptimos. A Figura 5.13 representa esse mesmo gráfico.

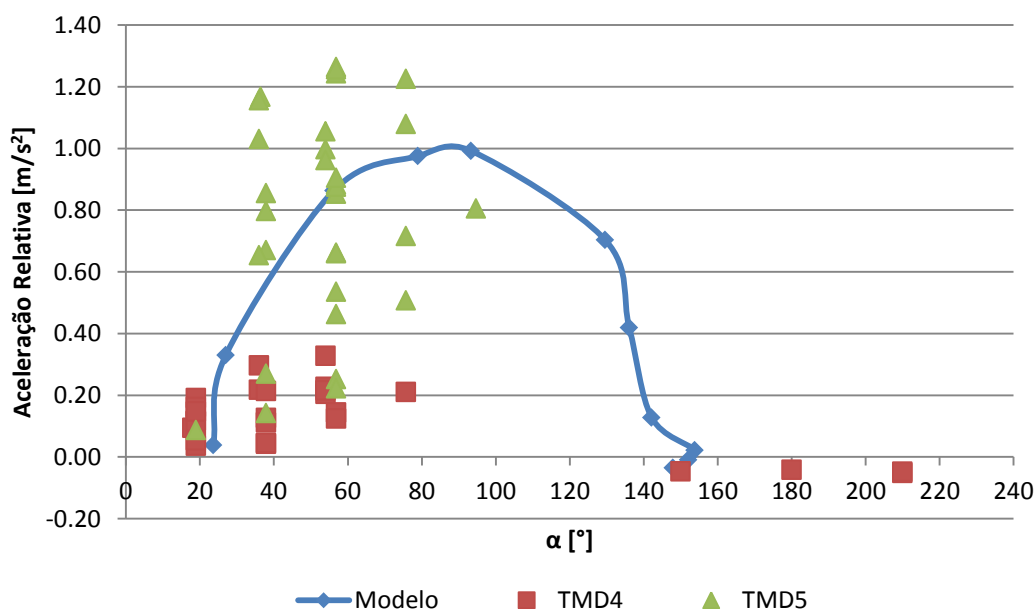


Fig. 5.13 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase e medições experimentais dos TMDs

Como se pode verificar na Figura 5.13, o TMD5 apresenta pontos que se encontram na tendência da curva teórica enquanto que os pontos correspondentes ao TMD4 apresentam uma tendência que se afasta da curva teórica, o que significa que os dois TMDs estão a funcionar de diferente forma, sendo que se poderá afirmar que provavelmente o TMD5 se encontra sintonizado e o TMD4 não se encontra tão bem sintonizado. É de salientar que estando na mesma secção, estes dois TMDs deveriam funcionar de forma semelhante.

De forma a investigar sobre qual o motivo da diferença de comportamento do TMD4, analisou-se a possibilidade do seu amortecimento ser o dobro do inicial, provocando uma dissintonia a nível do amortecimento do TMD teórico. Repetindo o processo até aqui descrito, mas de acordo com este novo parâmetro, obteve-se a curva teórica de acelerações máximas relativas em função da diferença de fase demonstrada na Figura 5.14.

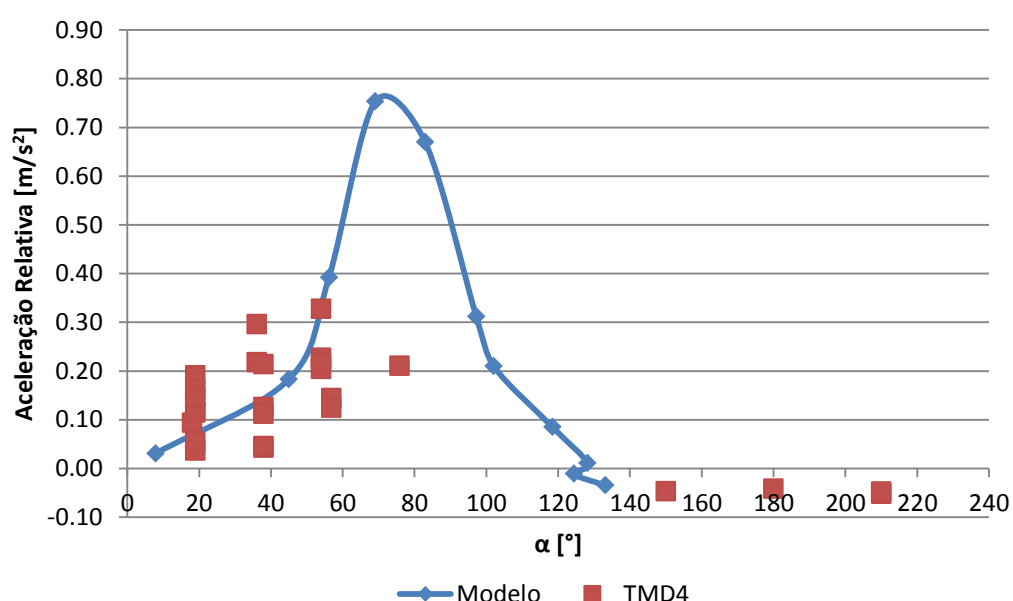


Fig. 5.14 - Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais

Neste caso os valores medidos experimentalmente aproximam-se mais da curva teórica, concluindo-se que o TMD4 pode ter um amortecimento excessivo.

Contudo, o problema verificado no TMD4 poderá não estar relacionado apenas com o excessivo amortecimento, mas também poderá ser devido a alguma variação da sua frequência. Para poder comprovar esse facto realizou-se um estudo semelhante ao anterior, mas fazendo variar a frequência do TMD4 em mais 2% e 5% e em menos 5% e 10% da frequência inicial. Nas figuras 5.15 a 5.18 apresentam-se as curvas teóricas da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase respeitantes a cada uma dessas variações de frequência do TMD4.

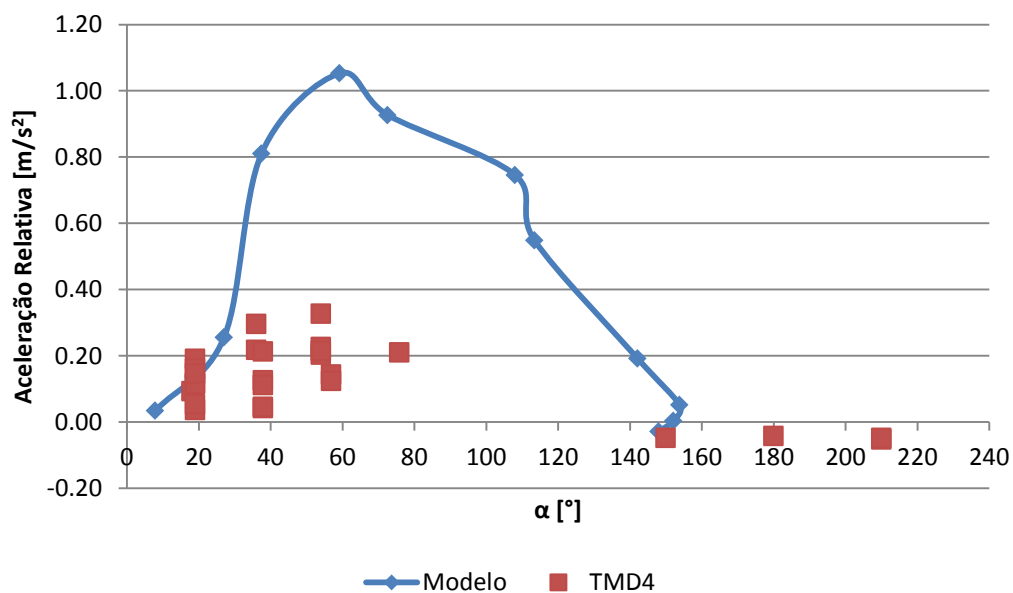


Fig. 5.15 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para um aumento de 5% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais

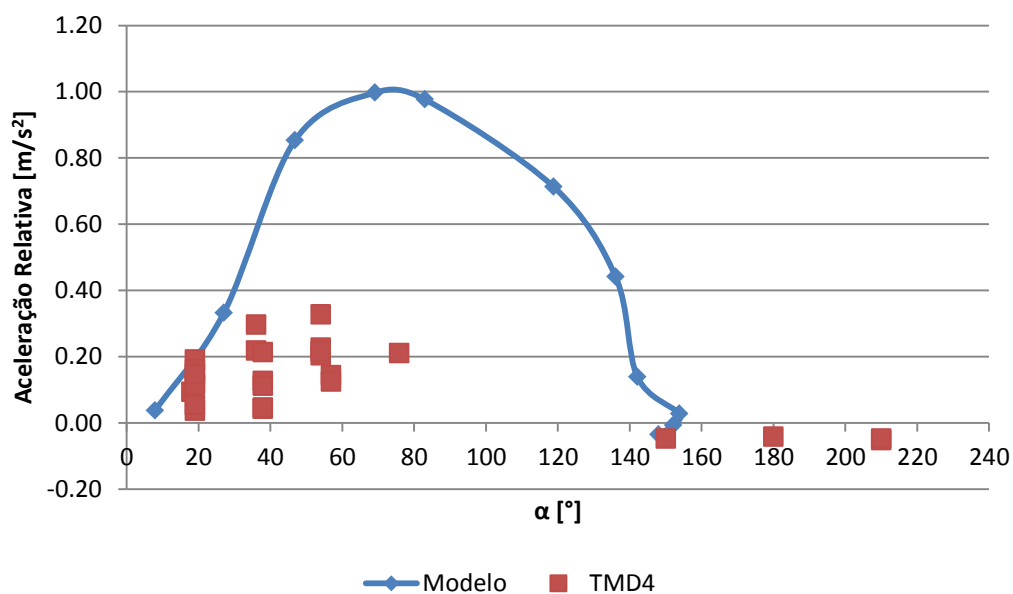


Fig. 5.16 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para um aumento de 2% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais

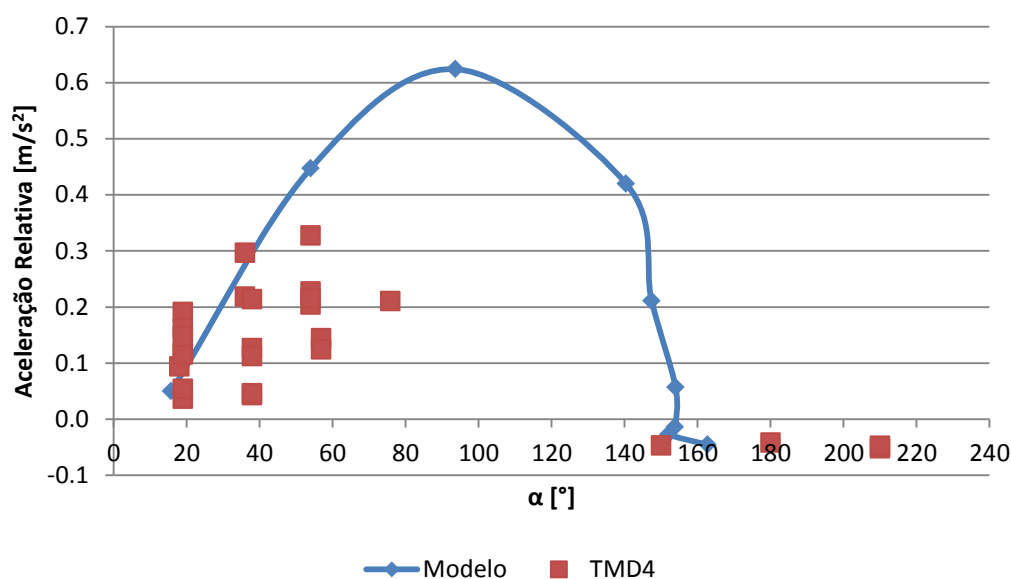


Fig. 5.17 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 5% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais

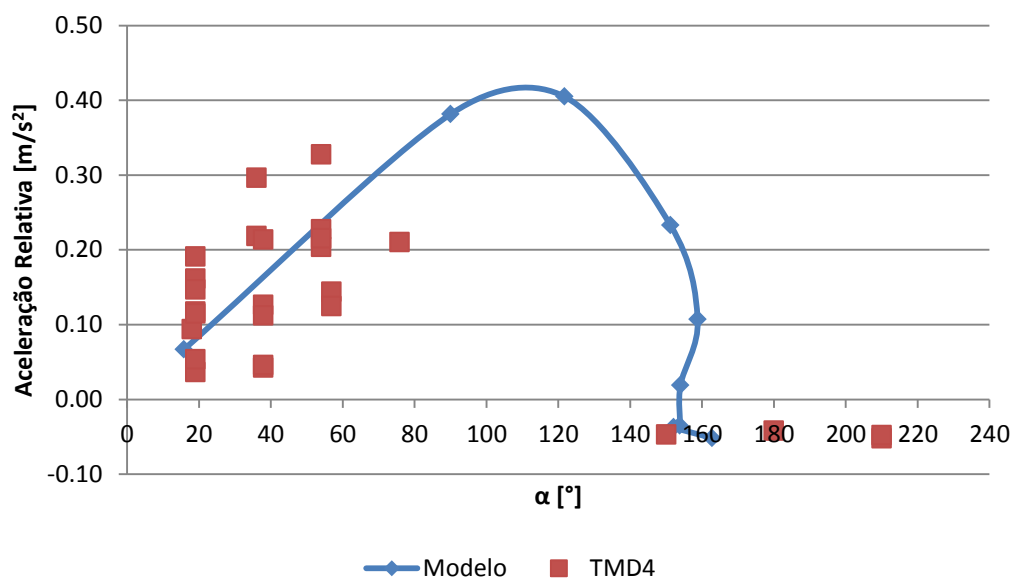


Fig. 5.18 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 10% da frequência inicial do TMD4 e suas medições experimentais

Da observação dos gráficos das Figuras 5.15 a 5.18, pode-se concluir que o TMD4 poderá ter uma frequência inferior ao dimensionado, neste caso em cerca de 10% a menos (2,42Hz).

Além de um estudo com a mudança das características do TMD4 (amortecimento e frequência) independentes, conduziu-se uma análise em que essas características variavam ao mesmo tempo, pois



seria uma situação mais próxima do real. Assim, numa primeira abordagem, optou-se por variar o amortecimento para o dobro e reduzir a frequência em 10%. Numa segunda abordagem, fez-se variar o amortecimento para o dobro e reduzir a frequência em 5%. As curvas teóricas da aceleração em função da diferença de fase para estas duas situações encontram-se ilustradas nas Figuras 5.19 e 5.20.

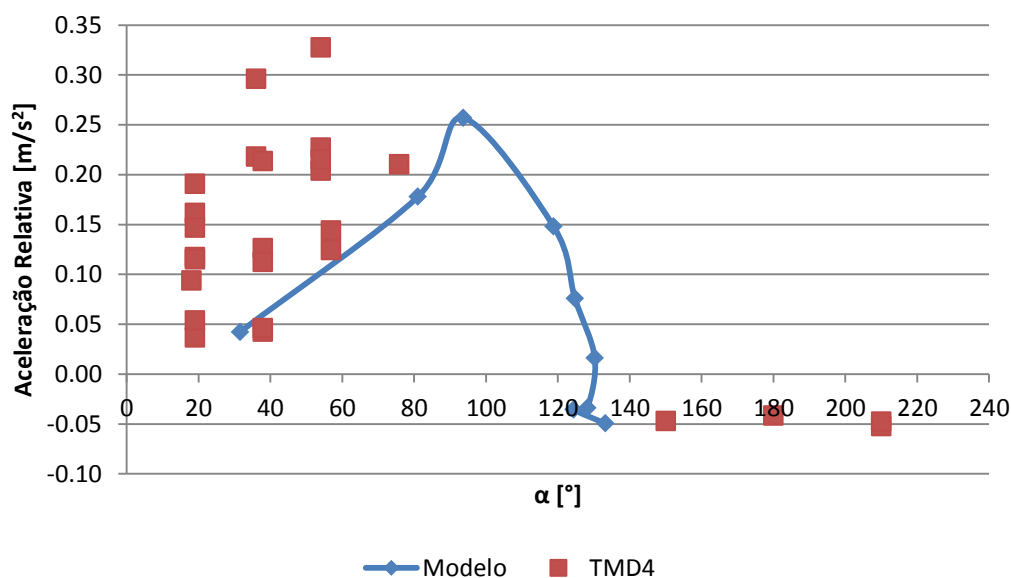


Fig. 5.19 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 10% da frequência inicial e um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais

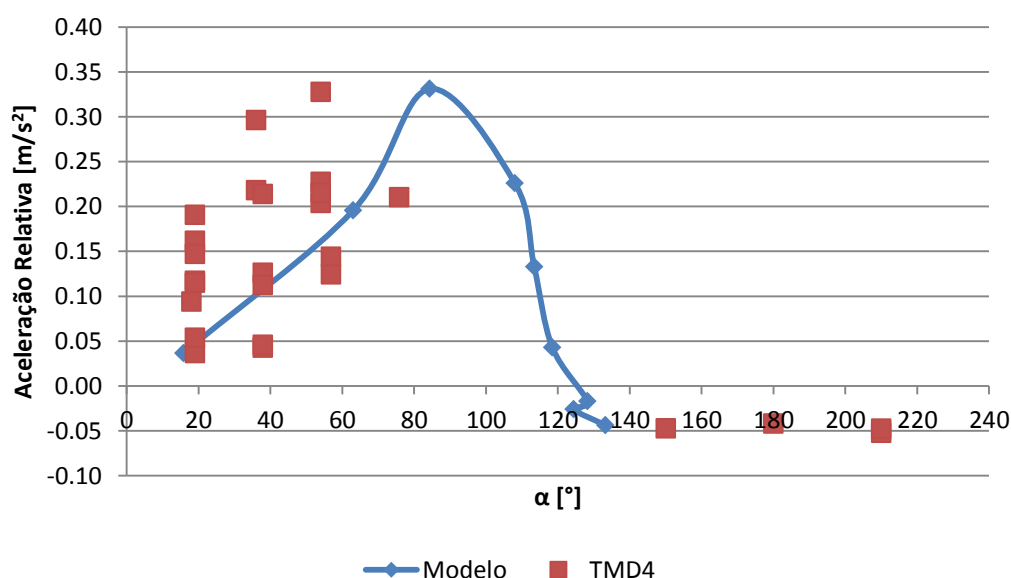


Fig. 5.20 – Curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase para uma diminuição de 5% da frequência inicial e um aumento de 50% do amortecimento inicial do TMD4 e suas medições experimentais

Quando se considera uma alteração do amortecimento e da frequência do TMD4 em conjunto, verifica-se que a curva teórica da aceleração máxima relativa em função da diferença de fase tem uma maior aproximação aos resultados medidos na monitorização quando se aumenta para o dobro o amortecimento e se reduz em 5% a frequência. Isto quer dizer que provavelmente estes dois fatores estão relacionados, na medida em que o aumento do amortecimento conduz a uma redução na frequência natural de um sistema.

Em suma, o TMD4 possui um funcionamento diferente ao do TMD5 apesar de estarem na mesma secção e, consequentemente, deverem estar a ter um comportamento semelhante. Esta situação pode ser explicada pelo facto de o TMD4 estar com algumas das suas propriedades modificadas em relação ao estabelecido no projeto, nomeadamente o seu amortecimento e a sua frequência.

### 5.5. ANÁLISE DO MOMENTO DE ACIONAMENTO DOS TMDs

Partindo das medições retiradas da monitorização da ponte do mês de fevereiro de 2013 (Anexo A4) procedeu-se à análise do valor da aceleração a partir da qual os TMDs começariam a atuar.

Como os TMDs em estudo foram os da secção de meio vão, decidiu-se selecionar valores de acelerações do tabuleiro superiores a  $0,3\text{m/s}^2$  pois são as acelerações que podem acionar os TMDs de meio vão, isto é, acelerações mais próximas das acelerações provocadas pelo peão em corrida. Os valores das acelerações do tabuleiro foram depois relacionados com as acelerações máximas relativas entre os TMDs e a estrutura.

Assim foram obtidos os gráficos representados nas Figuras 5.21 e 5.22, nos quais também é representada uma aproximação linear aos dados recolhidos.

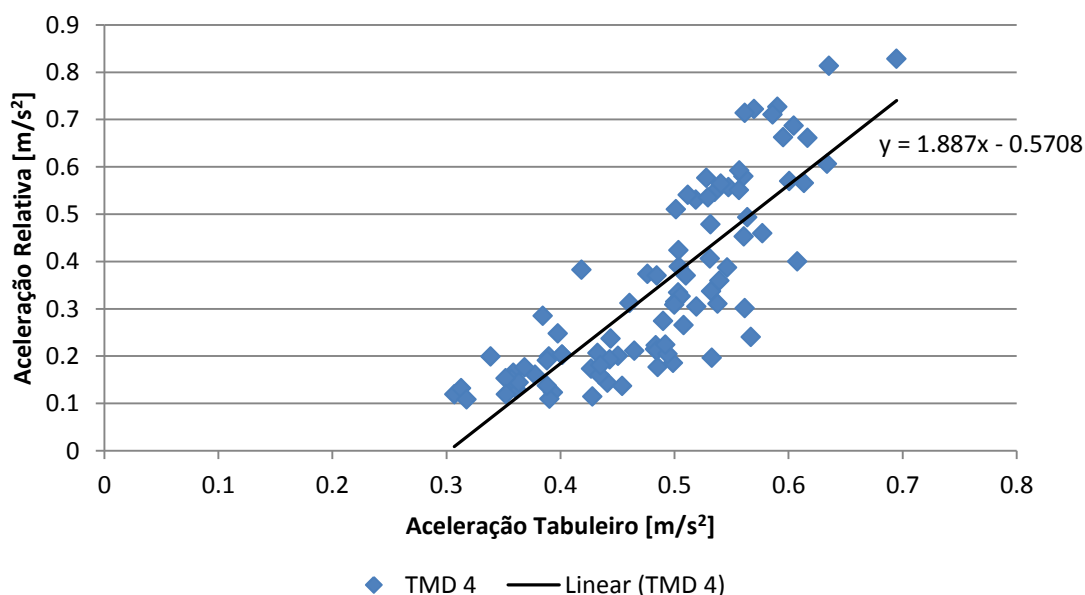


Fig. 5.21 – Representação dos dados recolhidos da aceleração relativa entre o TMD4 e a estrutura e a sua aproximação linear

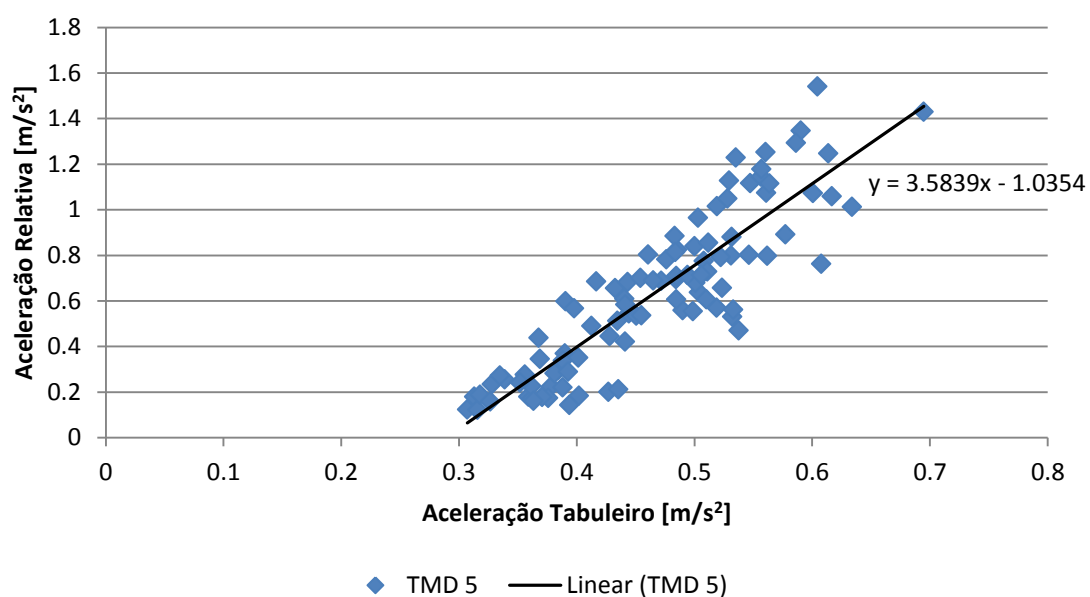


Fig. 5.22 – Representação dos dados recolhidos da aceleração relativa entre o TMD5 e a estrutura e a sua aproximação linear

Através das aproximações lineares dos dados recolhidos pode-se concluir que a aceleração do tabuleiro a partir da qual o TMD começa a funcionar é de aproximadamente  $0,30\text{m/s}^2$  para ambos os dispositivos. Também é possível concluir que o TMD4 apresenta menores valores da aceleração máxima relativa quando comparado com o TMD5 (Anexos A4.4 e A4.5), podendo significar que o TMD4 apresenta alguma anomalia ou não está bem sintonizado, o que vem de encontro ao que se concluiu em 5.4..



# 6

## CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 6.1. CONCLUSÕES

Em primeiro lugar será de destacar a importância de algumas considerações tidas em conta na modelação numérica da ponte no sentido de obter um modelo numérico que se aproximasse o mais possível da realidade, de forma a obter parâmetros modais da estrutura com o intuito de realizar uma análise com peões mais simplificada, do que através do programa de cálculo Robot Structural Analysis 2013. Assim importa salientar:

- a forma como a rigidez de rotação do apoio do arco afeta o primeiro modo de vibração da estrutura, uma vez que está relacionada com a sua rigidez longitudinal;
- a influência da escolha dos graus de liberdade onde se verifica continuidade de esforços no comportamento dinâmico da ponte;
- o facto de a ligação entre os montantes centrais e as carlingas, que permite rotações nos três graus de liberdade e deslocamento limitado na direção longitudinal, ter grande importância no ajuste do terceiro modo de vibração.

Estes fatores conduziram a uma boa aproximação do modelo à realidade, sendo que o maior desvio em termos de frequências (cerca de 5% inferior) se verificou no 4º modo de vibração.

Em relação ao cálculo da resposta da estrutura para o 3º modo através de uma análise modal, pode-se concluir que os códigos MATLAB desenvolvidos para o efeito de acordo com a Teoria de Espaço de Estado, estão corretos, visto que os resultados obtidos por esta via coincidiram com os resultados obtidos através do cálculo pelo integral de Duhamel.

Por último, da análise da resposta da estrutura depois de instalados os TMDs e da análise de diversos ficheiros de dados obtidos da monitorização da estrutura, conclui-se que os TMDs da secção de meio vão estão a funcionar de diferente forma, quando deveriam estar a operar de forma muito aproximada. Este facto pode ser comprovado através:

- da não correspondência dos valores medidos na monitorização com a curva teórica de acelerações máximas relativas em função da diferença de fase;
- da maior aproximação desses mesmos valores, quando a curva teórica de acelerações máximas relativas em função da diferença de fase foi alterada através do aumento do amortecimento do TMD definido em projeto;

- da maior aproximação desses mesmos valores, quando a curva teórica de acelerações máximas relativas em função da diferença de fase foi alterada através da redução em 10% da frequência do TMD em relação ao determinado em projeto;
- da maior aproximação desses mesmos valores, quando a curva teórica de acelerações máximas relativas em função da diferença de fase foi alterada através do aumento do amortecimento do TMD para o dobro e da redução da sua frequência em 5% em relação ao estabelecido em projeto;
- do menor valor apresentado pela aceleração máxima relativa entre o TMD4 e o tabuleiro, comparativamente ao sucedido com a aceleração máxima relativa entre o TMD5 e o tabuleiro.

## **6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

Como este trabalho se centrou numa análise ao nível do 3º modo de vibração, seria interessante realizar uma análise semelhante para o 1º modo de vibração, embora nos últimos meses não se tenha registado uma atividade significativa dos dispositivos de controlo sintonizados para esta frequência.

Um outro estudo com um grau de interesse elevado seria verificar a influência da variação da temperatura nos modos de vibração da estrutura e apurar se essa variação interfere ou não no funcionamento dos TMDs.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Bachmann, H. and Ammann, W., *Vibrations in structures: induced by man and machines (Third Edition)*. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- [2] Alves, R., *Comportamento dinâmico de pontes sob a acção pedonal*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2008.
- [3] Živanović, S., Pavic, A., and Reynolds, P., *Vibration serviceability of footbridges under humaninduced excitation: A literature review*. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(1-2): p. 1-74, Elsevier.
- [4] Moutinho, C., *Controlo passivo e activo de vibrações em pontes de peões*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 1998.
- [5] *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges – Final report*. Research Fund for Coal and Steel, European Comission, 2006.
- [6] Clough, R.W. and Penzien, J., *Dynamics of structures (Third Edition)*. McGraw Hill, 2003.
- [7] Cunha, T., *Controlo preditivo de vibrações sísmicas em estruturas de edifícios através de atuadores de massa ativa*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2012.
- [8] Bachmann, H., *Vibration problems in structures practical guidelines*. Berlin: Birkhauser Verlag, 1995.
- [9] Dallard, P., et al., *The London Millennium Footbridge*. Structural Engineer, 2001, 79(22): p. 17-33.
- [10] Caetano, E., Cunha, A. and Moutinho, C., *Implementation of passive devices for vibration control at Coimbra footbridge*. Proceedings of the 2nd International Conference on Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures, 2007.
- [11] Rocha, J., *Estudo dinâmico da ponte pedonal da Rabada em Santo Tirso*. Dissertação de Mestrado, FEUP, 2012.
- [12] <http://www.cm-stirso.pt/pages/114>, acedido a 27/02/2013.

- [13] <https://www.google.pt/maps>, acedido a 10/06/2013.
- [14] SOPSEC, *Memória Descritiva e Justificativa do Projecto de Estabilidade da Ponte Pedonal da Rabada*. 2009.
- [15] Caetano, E. and Cunha, A., *Ensaaios dinâmicos da nova ponte pedonal sobre o Rio Ave após construção do "Percurso nas margens do Rio Ave"*. ViBEST, 2011.
- [16] Caetano, E. and Cunha, A., *Ensaaios com peões após instalação de TMDs na nova ponte pedonal sobre o Rio Ave em St. Tirso*. ViBEST, 2012.
- [17] Caetano, E. and Cunha, A., *Estudo do comportamento dinâmico da nova ponte pedonal sobre o Rio Ave em St. Tirso*. ViBEST, 2009.
- [18] Caetano, E., Moutinho, C. and Cunha, A., *Implementation and monitoring of a passive control system in a lively footbridge*. Int. Conf. on Integrity, Reliability and Failure, IRF'2013, Funchal, Madeira, Portugal, 2013.







## **ANEXOS**

A1 – PROCESSO DE CÁLCULO DA FORMULAÇÃO EM ESPAÇOS DE ESTADO [7]

A2 – DESENHOS DE PROJETO DOS TMDs INSTALADOS NA PONTE PEDONAL [19]

A3 – CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA RESPOSTA PELA TEORIA DE ESPAÇO DE ESTADO

A4 – EXEMPLO DE MEDIÇÕES OBTIDAS NA MONITORIZAÇÃO NO MÊS DE FEVEREIRO (27/02/2013, 18H25)



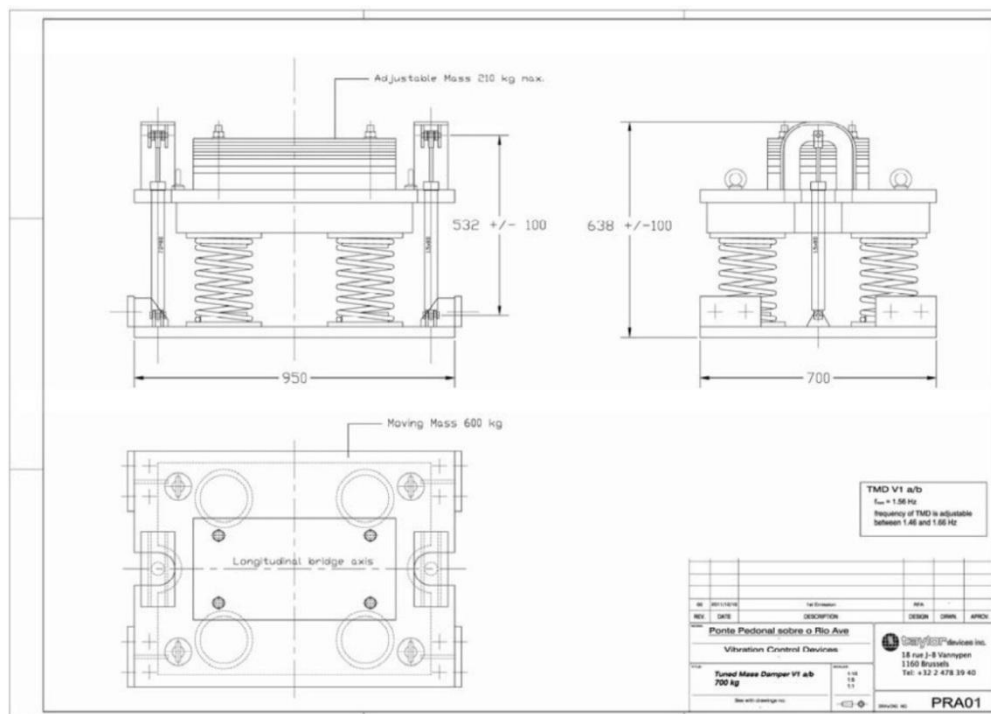
A1 – PROCESSO DE CÁLCULO DA FORMULAÇÃO EM ESPAÇOS DE ESTADO [7]

Passo 1 – Definição das condições iniciais e matrizes necessárias		
$u_0 = 0$	$\dot{u}_0 = 0$	(considerando o sistema em repouso)
Definição da matriz $\mathbf{J}$		(por norma igual à matriz identidade)
Escolha do intervalo de tempo de análise		
Cálculo da Matriz de Estado	$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{C} \end{bmatrix}$	
Cálculo da Matriz de Entrada	$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \times \mathbf{J} \end{bmatrix}$	
Cálculo das matrizes $\mathbf{E}$ e $\mathbf{G}$	$\mathbf{E} = e^{\Delta t \times \mathbf{A}}$	$\mathbf{G} = \left[ \mathbf{A}^{-1} \times (\mathbf{E} - \mathbf{I}) \right] \times \mathbf{B}$
Passo 2 – Cálculo da resposta no instante de tempo $t+\Delta t$		
Cálculo das variáveis de estado e de entrada	$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \\ \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{u}_n(t) \end{bmatrix} \qquad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{bmatrix}$	
Cálculo da resposta no instante $t+\Delta t$	$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{E} \times \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \times \mathbf{u}(t)$	
Repetição do ponto 2 fazendo um incremento temporal de $t+2\Delta t$		

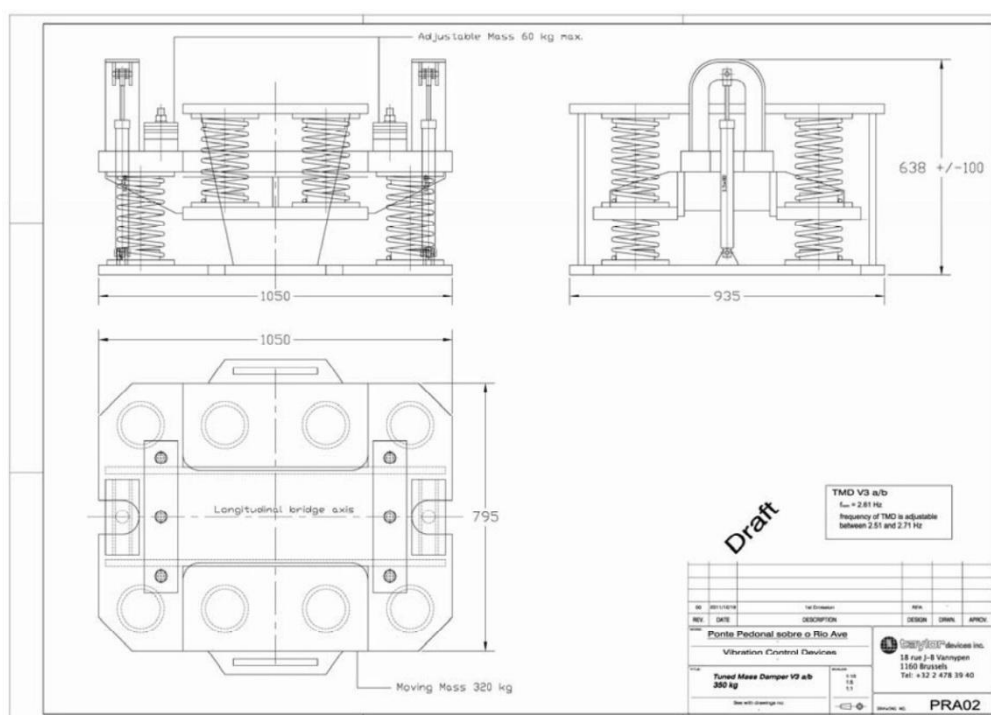


## A2 – DESENHOS DE PROJETO DOS TMDs INSTALADOS NA PONTE PEDONAL [19]

### A2.1 – DESENHOS DE PROJETO DO TMD1 [19]



### A2.2 – DESENHOS DE PROJETO DO TMD3 [19]







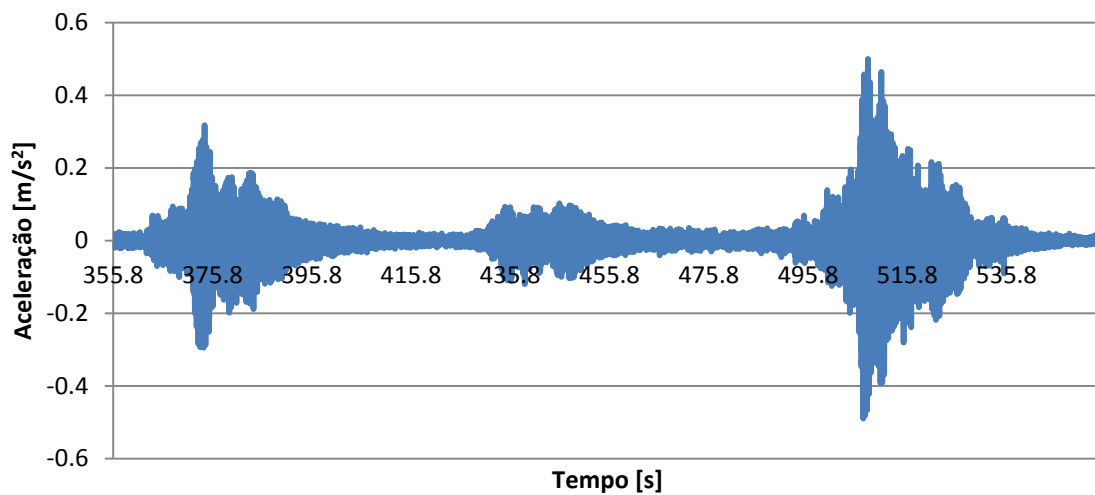
**A3 – CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA RESPOSTA PELA TEORIA DE ESPAÇO DE ESTADO**

```
n=input('nº graus liberdade ');
K=input('matriz K ');
M=input('matriz M ');
C=input('matriz C ');
dt=input('intervalo de tempo (s) ');
d=size(C);
e=d(1,1);
J=eye(e);
A=[zeros(e) eye(e);-M^-1*K -M^-1*C];
B=[zeros(e);M^-1*J];
E=expm(dt*A);
G=A^-1*(E-eye(2*e))*B;
disp(' ')
disp('matriz E ')
disp(E)
disp('matriz G ')
disp(G)
j=length(F);
Y=zeros(j,n);
V=zeros(j,n);
for k=1:n
    x=input('vector x ');
    for i=1:j
        u=[F(i);0];
        y=E*x+G*u;
        Y(i,k)=y(k);
        V(i,k)=y(k+n);
        x=y;
    end
end
```

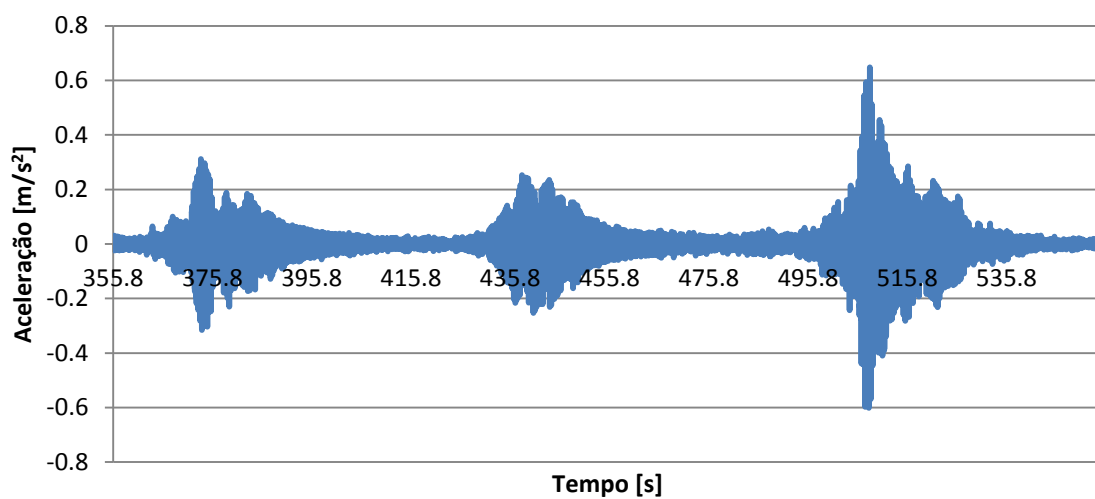


A4 – EXEMPLO DE MEDIÇÕES OBTIDAS NA MONITORIZAÇÃO NO MÊS DE FEVEREIRO (27/02/2013, 18H25)

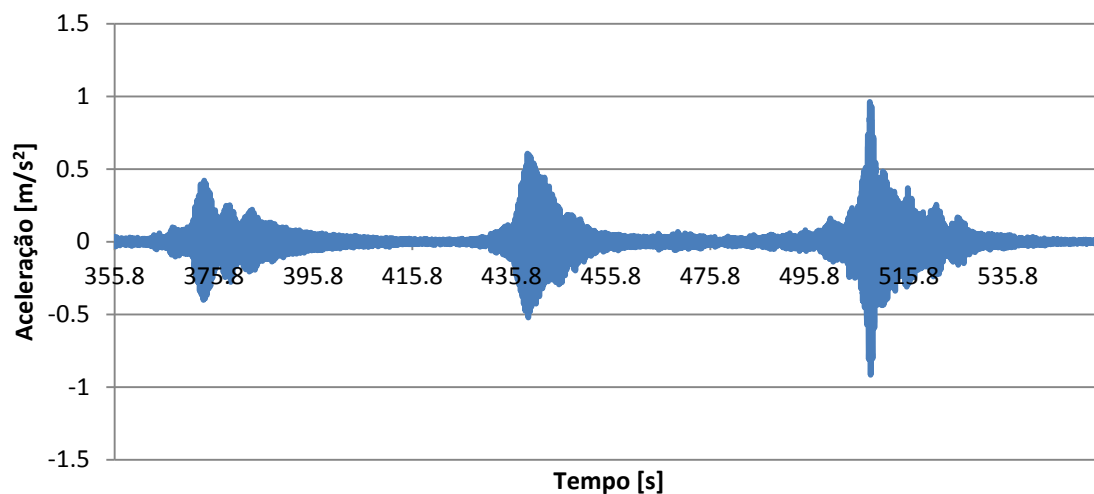
A4.1 – Acelerações medidas através do acelerómetro colocado no tabuleiro na secção de meio vão



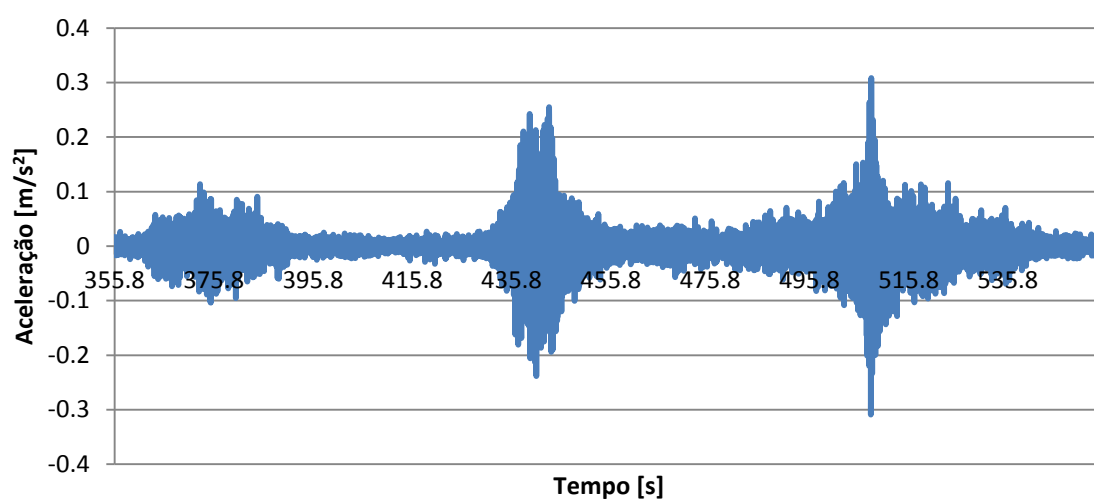
A4.2 – Acelerações medidas através do acelerómetro colocado no TMD4 na secção de meio vão



A4.3 – Acelerações medidas através do acelerómetro colocado no TMD5 na secção de meio vão



A4.4 – Acelerações máximas relativas entre o TMD4 e o tabuleiro na secção de meio vão



A4.5 – Acelerações máximas relativas entre o TMD5 e o tabuleiro na secção de meio vão

